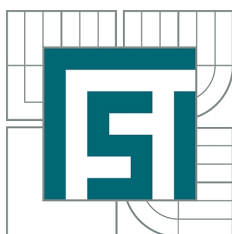


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV MATEMATIKY
FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF MATHEMATICS

FUNKCE VYROVNÁVACÍ KOMORY FUNCTION OF SURGE CHAMBER

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

MICHAL BŘEZINA

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

Ing. ROMAN KLAS, Ph.D.

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav matematiky

Akademický rok: 2014/2015

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

student(ka): Michal Březina

který/která studuje v **bakalářském studijním programu**

obor: **Matematické inženýrství (3901R021)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Funkce vyrovnávací komory

v anglickém jazyce:

Function of surge chamber

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Vyrovnávací komory se používají pro snížení poškození tlakovou vlnou, vznikající vlivem hydraulického rázu v hydraulickém systému s dlouhým potrubím. Je možné vyvinout jednoduchý matematický numerický model pro popis pohybu hladiny v nádrži. Aplikace na nádrž otevřenou i uzavřenou.

Cíle bakalářské práce:

Vypracovat jednoduchý matematický model pro popis pohybu hladiny ve vyrovnávací nádrži. Aplikace na nádrž otevřenou i uzavřenou.

Seznam odborné literatury:
internet, přednášky hydromechanika

Vedoucí bakalářské práce: Ing. Roman Klas, Ph.D.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2014/2015.

V Brně, dne 20.11.2014

L.S.

prof. RNDr. Josef Šlapal, CSc.
Ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
Děkan fakulty

Abstrakt

Práce je zaměřena na sestavení matematického modelu pro výpočet změny objemů kapaliny a průtoků v otevřené a uzavřené komoře při hydraulickém rázu. Práce rovněž obsahuje odvození základních rovnic hydromechaniky a teorii zabývající se hydraulickým rázem včetně možností ochrany potrubního systému při vzniku tohoto jevu.

Summary

The thesis is focused on creation of the mathematical model for calculating the change of fluid volume and flow in surge tank and air chamber during the water hammer effect. The work also includes the derivation of the basic equations of hydrodynamics and the theory dealing with water hammer including the possibilities in protection of the pipeline system during this phenomenon.

Klíčová slova

Hydraulický ráz, rovnice kontinuity, Eulerova rovnice, Bernoulliho rovnice, vyrovnávací komora, uzavřená komora

Keywords

Water hammer, continuity equation, Euler equation, Bernoulli equation, surge tank, air chamber

BŘEZINA, M. *Funkce vyrovnávací komory*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2015. 40 s. Vedoucí Ing. Roman Klas, Ph.D.

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci Funkce vyrovnávací komory vypracoval samostatně pod vedením Ing. Roman Klas, Ph.D. s použitím materiálů uvedených v seznamu zdrojů.

Michal Březina

Rád bych poděkoval svému vedoucímu mé bakalářské práce Ing. Roman Klas, Ph.D. za mnohé rady, ochotu, trpělivost, připomínky a čas při psaní této práce.

Michal Březina

Obsah

1 Úvod	3
2 Základní rovnice mechaniky tekutin	4
2.1 Zákon o zachování hmoty – rovnice kontinuity	4
2.2 Zákon o rovnováze sil - Eulerova rovnice	6
2.3 Zákon o zachování energie - Bernoulliho rovnice	9
3 Hydraulický ráz	12
3.1 Teorie k hydraulickému rázu	12
3.2 Totální a částečný hydraulický ráz	15
4 Ochrana proti hydraulickému rázu	16
4.1 Omezení vzniku rázu	16
4.1.1 Zavírání ventilů	16
4.1.2 Zvýšení setrvačnosti čerpadla	16
4.2 Ochranné prvky	17
4.2.1 Vyrovnávací komora	17
4.2.2 Větrník	18
4.2.3 Výtok přepadem	18
4.2.4 Vzdušník	19
4.3 Tlaková zařízení	20
4.3.1 Tlakový ventil	20
4.3.2 Zpětný ventil	20
4.3.3 Pojistný ventil	20
5 Vyrovnávací komora, větrník	21
5.1 Simulace hydraulického rázu ve vyrovnávací komoře	21
5.1.1 Schematické a řídicí rovnice	21
5.2 Výpočet velikosti akumulátoru a vyrovnávací komory	24
5.2.1 Objem plynu v akumulátoru	24
5.2.2 Průřez vyrovnávací komory	25
5.3 Matematický model	26
5.3.1 Otevřená vyrovnávací komora	28
5.3.2 Uzavřená vyrovnávací komora	30
5.3.3 Grafické vyhodnocení	32
5.3.4 Zhodnocení výsledků	34
6 Závěr	35
Seznam použitých symbolů a veličin	37
Seznam příloh	39
A Zdrojový kód v Matlabu	40

1 Úvod

V této bakalářské práci se řeší výpočet a stanovení matematického modelu pro popis hladiny ve vyrovnávací komoře a akumulátoru. Tento problém je třeba řešit, kvůli vzniku hydraulického rázu. Hydraulický ráz v potrubí je většinou jev nežádoucí, který má negativní vliv na celý potrubní systém.

Je to druh proudění charakterizovaný třemi základními znaky: Proudění je neustálené, kapalina je stlačitelná a potrubí je pružné. Neustálené (nestacionární) proudění je děj, kdy charakteristické veličiny, jako jsou rychlost, tlak, teplota aj. se mění s časem. Vznik hydraulického rázu je způsoben tehdy, když dojde k uzavření potrubního systému a proudící kapalina s určitou rychlostí narazí do uzávěru. To způsobí, že se vlna odrazí od překážky a vrací se zpět vodovodním potrubím rychlostí zvuku v kapalině a vznikají velké výkyvy tlaků, které jsou nebezpečné pro potrubí.

Chtěli bychom tyto tlaky umět nějak předem určit, abychom mohli dimenzovat potrubí a nebo jim předcházet. K tomu, aby se tlaky co nejrychleji a bez většího poškození potrubí ustálily je třeba využít ochranných prvků. Jedním z nich je i vyrovnávací komora. Tato komora je připojena na vodovodní potrubí a tudíž, když se nám tlaková vlna setká s proudící kapalinou dojde k tomu, že velká část objemu kapaliny vteče do vyrovnávací komory. Uvažujeme případy jak pro otevřenou tak i pro uzavřenou komoru. Rozdíl mezi nimi spočívá v různých hodnotách tlaku na hladině.

Jelikož výroba vyrovnávacích komor není z ekonomického hlediska levnou záležitostí, je třeba zjistit, jak velké tyto komory musí být, aby nedošlo například k případnému přetečení. Často bývají vyrobeny z oceli a jsou zde kladeny přísné bezpečnostní požadavky.

V práci se budeme zabývat vysvětlením základních vztahů a rovnic potřebných pro řešení hydraulického rázu, jejichž znalost je nutná pro další řešení.

Dále se budeme věnovat popisu hydraulického rázu, kde si uvedeme způsob, jak tento ráz řešit a jaký je rozdíl mezi totálním a částečným rázem.

Pojednáme o možnostech zamezení a ochraně proti hydraulickému rázu, kde si uvedeme různá opatření, jak tomuto jevu předcházet i jaké ochranné prvky existují.

V poslední části budeme řešit problém hydraulického rázu v potrubí s vyrovnávací komorou a akumulátorem, kde si uvedeme výpočet a postup při řešení.

Závěr je věnován porovnání grafickým výsledků při aplikaci otevřené a uzavřené komory na potrubí.

2 Základní rovnice mechaniky tekutin

Mechanika tekutin vychází ze čtyř základních principů, kterými jsou zákon o zachování hmoty, zákon o rovnováze sil, zákon o zachování energie a věta o změně hybnosti.

Zákon o zachování hmoty je vyjádřen rovnicí kontinuity. Zákon o rovnováze sil je vyjádřen Eulerovou rovnicí hydrodynamiky pro proudění ideální kapaliny, Navier-Stokesovou rovnicí pro laminární proudění skutečné kapaliny a Reynoldsovou rovnicí pro turbulentní proudění. Zákon o zachování energie se vyjadřuje Bernoulliho rovnicemi. Pro naše výpočty si nyní odvodíme některé z těchto rovnic. V následujících kapitolách jsme čerpali z [1] a [2].

2.1 Zákon o zachování hmoty – rovnice kontinuity

Bývá často nazývána jako rovnice spojitosti. Při proudění kapaliny musí být splněn fyzikální zákon o zachování hmotnosti. To znamená, že kontrolním objemem „dV“, kterým proudí kapalina, musí být hmotnost kapaliny konstantní a její změna nulová:

$$m = konst \Rightarrow dm = 0.$$

Jedná se o dvě změny hmotnosti:

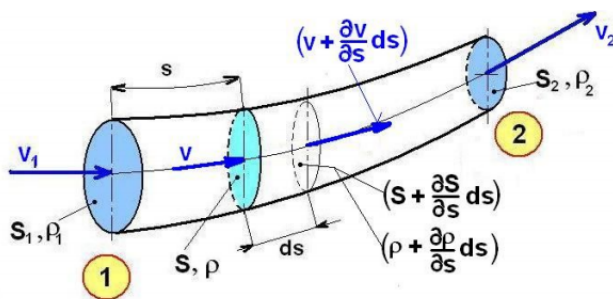
První z nich je lokální změna neboli místní změna hmotnosti v kontrolním objemu, kde se kapalina stlačuje nebo rozpíná. Změna hmotnosti je závislá na čase ($\frac{\partial}{\partial t} \neq 0$).

Druhá je konvektivní změna hmotnosti, která je způsobena rozdílem přitékající a vytékající hmotnosti z kontrolního objemu. Je závislá na posunutí.

Obě tyto změny nám musí dát nulovou změnu hmotnosti. Toho dosáhneme tehdy, když jsou obě změny stejně velké, ale opačného znaménka. V technické praxi se nejčastěji setkáváme s jednorozměrnými případy proudění, ale taktéž se můžeme setkat s prouděním rovinným nebo prostorovým.

Rovnice kontinuity pro jednorozměrné proudění

Uvažujme jednorozměrné a neustálené proudění obecně stlačitelné kapaliny, protékající potrubím s proměnným průřezem obr. 4.5.



Obrázek 2.1: Průtočný průřez a rychlost [2]

Na trubici vyznačíme elementární část se vstupním průřezem S a elementární délkou dl . Uvažujeme rovnoměrné rychlosti po průřezu potrubí ($v = konst$). Při nerovnoměrném rozložení rychlosti po průřezu bychom uvažovali její střední rychlost. Na elementárním

2. ZÁKLADNÍ ROVNICE MECHANIKY TEKUTIN

úseku dl se rychlost v změnila na rychlost $(v + \frac{\partial v}{\partial l}dl)$, stejně i došlo ke změně hustoty $(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial l}dl)$ a taktéž ke změně průřezu proudové trubice $(S + \frac{\partial S}{\partial l}dl)$.

Konvektivní změna hmotnosti – v čase dt řeší vliv posunutí $\frac{\partial}{\partial l}$. Do kontrolního objemu vteče hmotnost kapaliny za čas dt , která je dána vztahem:

$$dm_{k1} = \rho \cdot S \cdot v \cdot dt \quad (2.1)$$

a na druhé straně ve vzdálenosti dl vyteče hmotnost kapaliny za dobu dt

$$dm_{k2} = (v + \frac{\partial v}{\partial l}dl)(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial l}dl)(S + \frac{\partial S}{\partial l}dl)dt = \rho S v dt + \frac{\partial(\rho S v dt)}{\partial l}dl. \quad (2.2)$$

Rozdíl vtečené a vytečené hmotnosti je konvektivní změna hmotnosti v čase dt , pro její vztah platí:

$$dm_k = dm_{k2} - dm_{k1} = \frac{\partial}{\partial l}(\rho S v dt)dl. \quad (2.3)$$

Lokální změna hmotnosti – v čase dt řeší vliv času $\frac{\partial}{\partial t}$. Při změně hmotnosti je na začátku v kontrolním objemu hmotnost:

$$dm_{t1} = \rho \cdot S \cdot dl \quad (2.4)$$

a na konci se hmotnost změní za čas dt na hmotnost:

$$dm_{t2} = \rho S dl + \frac{\partial(\rho S dl)}{\partial t}dt. \quad (2.5)$$

Rozdíl těchto změn hmotností je potom:

$$dm_t = dm_{t2} - dm_{t1} = \frac{\partial}{\partial t}(\rho S dl)dt. \quad (2.6)$$

Ke splnění zákona o zachování hmotnosti musí být celková změna hmotnosti dm nulová a musí tedy platit

$$dm = dm_k + dm_t = \frac{\partial}{\partial l}(\rho S v dt)dl + \frac{\partial}{\partial t}(\rho S dl)dt = 0. \quad (2.7)$$

V obecném případě se uvažuje u jednorozměrného proudění stlačitelnost kapaliny $\rho = \rho(l, t)$, proměnný průřez trubice $S = S(l, t)$ a neustálené proudění $v = v(l, t)$. Jelikož nejsou časová změna dt a posunutí dl na sobě závislé, upravíme rovnici (2.7) a obdržíme obecnou rovnici kontinuity pro jednorozměrné proudění, kde základní veličiny jsou dány podmínkami $\rho = \rho(l, t)$, $S = S(l, t)$, $v = v(l, t)$.

$$\frac{\partial}{\partial l}(\rho S v) + \frac{\partial}{\partial t}(\rho S) = 0. \quad (2.8)$$

Jestliže omezíme tyto obecné podmínky, obdržíme zjednodušené rovnice kontinuity: Pro tuhé potrubí platí $S = S(l)$ a rovnice (2.8) přejde na tvar:

$$\frac{\partial}{\partial l}(\rho S v) + S \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0. \quad (2.9)$$

2.2. ZÁKON O ROVNOVÁZE SIL - EULEROVA ROVNICE

Dalším zjednodušením rovnice dosáhneme pro ustálené proudění, kde platí, že $(\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0)$. Nyní jsou hodnoty ρ, S, v jen funkcí „l“ a dostáváme tedy rovnici:

$$\frac{\partial}{\partial l}(\rho S v) = \frac{d}{dl}(\rho S v) = 0 \quad (2.10)$$

a po integraci dostáváme $\Rightarrow \rho \cdot S \cdot v = konst.$

Následně si „konst“ označíme jako hmotnostní průtok $Q_m [kg \cdot s^{-1}]$:

$$Q_m = \rho \cdot S \cdot v = konst. \quad (2.11)$$

To znamená, že v jakémkoli místě průřezu trubice musí platit:

$$\rho_1 \cdot S_1 \cdot v_1 = \rho_2 \cdot S_2 \cdot v_2 = \rho \cdot S \cdot v = konst. \quad (2.12)$$

Jestliže ještě budeme uvažovat nestlačitelnost kapaliny, kde platí, že $\rho = konst$, dostaneme rovnice ve tvaru:

$$Q_v = v \cdot S = \frac{Q_m}{\rho} = konst, \quad (2.13)$$

kde nyní Q_v bude značit objemový průtok $[m^3 s^{-1}]$, což je objem kapaliny proteklý za jednotku času.

S rovnicí se v praktických aplikacích setkáváme ve tvaru:

$$v_1 \cdot S_1 = v_2 \cdot S_2 = v \cdot S = konst. \quad (2.14)$$

2.2 Zákon o rovnováze sil - Eulerova rovnice

Silová rovnováha pro skutečnou kapalinu

Při proudění skutečné kapaliny působí na elementární objem „ dV “ následující čtyři síly a to:

$$\vec{F}_s = \vec{F}_m + \vec{F}_p + \vec{F}_t, \quad (2.15)$$

kde \vec{F}_s vyjadřuje sílu setrvačnou, \vec{F}_m sílu hmotnostní, \vec{F}_p sílu tlakovou a \vec{F}_t sílu třecí.

Na základě toho, zda je síla třecí nulová či nenulová, uvažujeme buď Eulerovu rovnici hydrodynamiky pro ideální kapalinu nebo Navier-Stokesovu rovnici pro skutečnou kapalinu. V našem případě budeme uvažovat třecí sílu nulovou a tudíž Eulerovu rovnici hydrodynamiky.

Eulerova rovnice hydrodynamiky

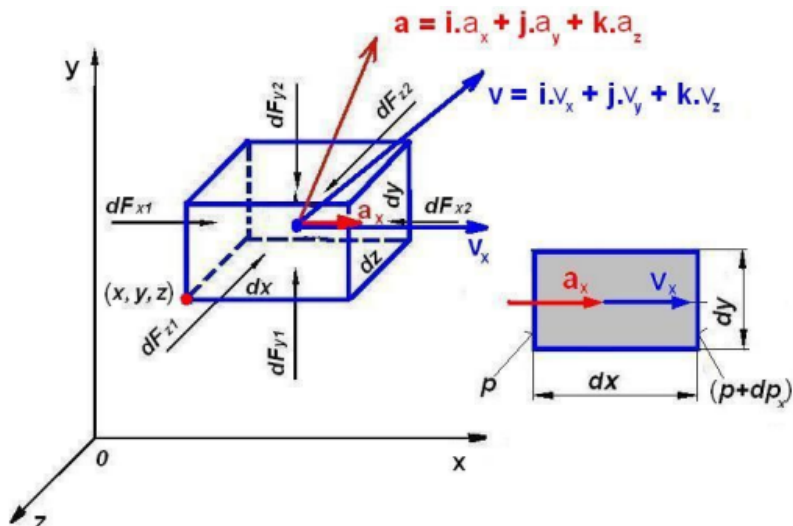
Uvažujeme ideální nevazkou kapalinu a rovnice (2.15) bude nyní ve tvaru:

$$\vec{F}_s = \vec{F}_m + \vec{F}_p \quad (2.16)$$

a pro elementární objem viz obr. 2.2 bude platit rovnováha:

$$d\vec{F}_s = d\vec{F}_m + d\vec{F}_p. \quad (2.17)$$

2. ZÁKLADNÍ ROVNICE MECHANIKY TEKUTIN



Obrázek 2.2: Elementární hranolek [2]

Nyní budeme uvažovat rovnici např. pro osu x :

$$\vec{dF}_{sx} = \vec{dF}_{mx} + \vec{dF}_{px}$$

a jednotlivé složky rovnice budou:

Elementární tlaková síla:

Pro jednotlivé osy vypadají elementy plochy „ dS “ následovně:

$$dS_x = dy \cdot dz, \quad dS_y = dx \cdot dz, \quad dS_z = dx \cdot dy.$$

Dále si z obr. 2.2 vyjádříme síly pro body 1 a 2:

$$dF_{px1} = p \cdot dS_x = p \cdot dy \cdot dz,$$

$$dF_{px2} = (p + dp_x) \cdot dS_x = (p + dp_x) \cdot dy \cdot dz,$$

$$dF_{px} = dF_{px1} - dF_{px2} = p \cdot dy \cdot dz - (p + dp_x) \cdot dy \cdot dz = -dp_x \cdot dy \cdot dz, \quad (2.18)$$

kde dp_x značí úplný diferenciál tlakové difference:

$$dp_x = \frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx$$

a po dosazení do rovnice (2.18) je elementární tlaková síla ve tvaru:

$$dF_{px} = -\frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx \cdot dy \cdot dz. \quad (2.19)$$

Elementární hmotnostní síla:

$$dF_{mx} = a_x \cdot dm = a_x \cdot \rho \cdot dV = a_x \cdot \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz. \quad (2.20)$$

2.2. ZÁKON O ROVNOVÁZE SIL - EULEROVA ROVNICE

Elementární setrvačná síla:

Pro výpočet elementární setrvačné síly budeme vycházet z druhého Newtonova zákona:

$$dF_{sx} = dm \cdot a_x = dm \cdot \frac{dv_x}{dt} = \rho \cdot dV \cdot \frac{dv_x}{dt} = \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot \frac{dv_x}{dt}. \quad (2.21)$$

Rovnici silové rovnováhy pro elementární hranolek nyní zapíšeme jako:

$$\rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot \frac{dv_x}{dt} = a_x \cdot \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz - \frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx \cdot dy \cdot dz. \quad (2.22)$$

Jestliže rovnici (2.22) vydělíme členy ρ, dx, dy, dz získáme zjednodušenou rovnici:

$$\frac{dv_x}{dt} = a_x - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (2.23)$$

kde úplný diferenciál rychlosti a zrychlení rozepíšeme na parciální derivace:

$$\vec{dv} = \frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial y} dy + \frac{\partial v}{\partial z} dz + \frac{\partial v}{\partial t} dt,$$

$$\frac{\vec{dv}}{dt} = \frac{\partial v}{\partial x} v_x + \frac{\partial v}{\partial y} v_y + \frac{\partial v}{\partial z} v_z + \frac{\partial v}{\partial t}.$$

Konvektivní zrychlení představují první tři členy a lze je vyjádřit jako skalární součin rychlosti a jejího gradientu:

$$v \cdot \text{grad} \vec{v} = \left(\vec{i} v_x + \vec{j} v_y + \vec{k} v_z \right) \cdot \left(\vec{i} \frac{\partial v}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial v}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial v}{\partial z} \right). \quad (2.24)$$

Lokální zrychlení je reprezentováno čtvrtým členem: $a_t = \frac{\partial v}{\partial t}$

Výsledný tvar Eulerovy rovnice hydrodynamiky pro 3D proudění je tedy:

$$\vec{a} - \frac{1}{\rho} \cdot \text{grad} p = \vec{v} \cdot \text{grad} \vec{v} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}. \quad (2.25)$$

Pro naše výpočty budeme využívat 1D prostředí a rovnice (2.25) přejde na:

$$a - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial l} = \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial l} \cdot v. \quad (2.26)$$

2.3 Zákon o zachování energie - Bernoulliho rovnice

V této kapitole vycházíme z [1] a [3]. Pro stanovení zjednodušeného matematického modelu pro výpočet hydraulického rázu jsou potřeba znalosti Bernoulliho rovnice. Při odvozování budeme vycházet z Eulerovy rovnice hydrodynamiky. Bernoulliho rovnice vyjadřuje zákon zachování mechanické energie pro ustálené proudění ideální kapaliny.

Elementární práci, resp. měrnou energii získáme tak, jestliže rovnici (2.25) vynásobíme elementární drahou \vec{dl} . Rovnice tedy přejde na tvar:

$$\vec{v} \cdot \text{grad } \vec{v} \cdot \vec{dl} + \frac{1}{\rho} \cdot \text{grad } p \cdot \vec{dl} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \cdot \vec{dl} - \vec{a} \cdot \vec{dl} = 0 \quad (2.27)$$

a členy rovnice vyjadřují určité druhy měrných energií.¹

Pro 1D proudění:

$$\frac{\partial v}{\partial t} \cdot v \cdot dl + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial l} \cdot dl + \frac{\partial v}{\partial t} \cdot dl - \frac{\partial U}{\partial l} \cdot dl. \quad (2.28)$$

Úpravou rovnice (2.28), kde vykrácením jednotlivých elementů délky proudnice dostaneme nyní rovnici, kterou jsme schopni integrovat:

$$v \cdot dv + \frac{dp}{\rho} + \frac{\partial v}{\partial t} \cdot dl - dU = 0. \quad (2.29)$$

Rovnici integrujeme mezi body 1 a 2:

$$\int_1^2 v \cdot dv + \int_1^2 \frac{dp}{\rho} + \int_1^2 \frac{\partial v}{\partial t} \cdot dl - \int_1^2 dU = 0,$$

po integraci:

$$\frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \int_1^2 \frac{\partial v}{\partial t} \cdot dl + U_1 - U_2 = 0,$$

pro libovolný průřez proudové trubice má obecná Bernoulliho rovnice pro ideální kapaliny tvar:

$$\frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} + \int_1^2 \frac{\partial v}{\partial t} \cdot dl - U = \text{konst.} \quad (2.30)$$

Bernoulliho rovnice pro skutečnou kapalinu [1]

Nyní bude Bernoulliho rovnice obsahovat ještě jeden člen, který reprezentuje ztrátovou měrnou energii $Y_z = [J \cdot \text{kg}^{-1} = \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}]$. Ztráty jsou způsobeny díky tření molekul kapaliny. Tato nevratná měrná energie se mění v teplo, takže zmenšuje mechanickou energii kapaliny.

Bernoulliho rovnice se ztrátami, tedy pro skutečnou kapalinu je pak tvaru:

$$\frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} + \int_1^2 \frac{\partial v}{\partial t} \cdot dl - U + Y_z = \text{konst.} \quad (2.31)$$

¹ 1.člen vyjadřuje měrnou kinetickou energii, 2.člen měrnou tlakovou energii, 3.člen měrnou zrychlovací energii, tento člen je tzv. nestacionární a 4.člen měrnou potenciální energii, upravíme člen $\vec{a} = \text{grad } U$, kde $U = g \cdot h$

2.3. ZÁKON O ZACHOVÁNÍ ENERGIE - BERNOULLIHO ROVNICE

Měrná ztrátová energie Y_z se určí pomocí Weisbachova vztahu:

$$Y_z = \left(\sum \zeta_m + \sum \zeta_t \right) \cdot \frac{v^2}{2}, \quad (2.32)$$

kde $\sum \zeta_m$ představuje ztráty místní a $\sum \zeta_t$ jsou ztráty třením po délce potrubí.

Ztráty místní:

Jinak taky singulární odpory. Jejich určení vychází z Weisbachova vztahu, kterým určíme „ Y_{zm} “, což je měrná dílčí ztrátová energie. Tato ztrátová energie vychází ze součtu jednotlivých ztrátových složek této energie:

$$Y_{zm} = \sum_{i=1}^n \left(\xi_i \cdot \frac{v_j^2}{2} \right), \quad (2.33)$$

kde v_j je střední rychlost kapaliny v dané singularitě a ξ_i je součinitel místní ztráty dané singularity.

Místní ztráty se dělí na:

- 1) Ztráty rozšířením a zúžením proudu - tedy změnou průřezu. Řadíme sem vtok z nádrže do potrubí, výtok z potrubí do nádrže, difuzor, konfuzor, síta, clony, mříže, aj.
- 2) Ztráty změnou směru proudu - kruhové hladké nebo segmentové oblouky a kolena
- 3) Ztráty spojením a rozdělením proudu - patří sem např. „T“ kusy, „kalhotové kusy“, apod.
- 4) Ztráty v potrubních uzávěrech

Energetické ztráty spojením a rozdělením proudu patří mezi nejkomplikovanější. Jejich určení je zpravidla možné pouze experimentálně. Ostatní singulární ztráty můžeme určit z hodnot příslušných součinitelů ξ pomocí tabulek a nomogramů. Přestože jsou tyto ztráty komplikované vzhledem k jejich určení, jsou tyto ztráty v dlouhých potrubních systémech do jisté míry zanedbatelné díky energetickým ztrátám délkovým, což je příznivý poznatek s ohledem na značnou nejistotu při jejich stanovení.

Ztráty délkové:

Výpočet třecích ztrát po délce potrubí vychází také z Weisbachova vztahu, kterým určujeme ztrátovou měrnou energii jako díl kinetické měrné energie. Dílčí ztrátové měrné energie vznikají díky tření skutečné kapaliny:

$$Y_{zt} = \sum_{i=1}^n \left(\lambda_i \cdot \frac{L_i}{D_i} \cdot \frac{v_i^2}{2} \right), \quad (2.34)$$

kde L_i je délka potrubí úseku „i“, D_i je vnitřní průměr úseku potrubí a λ_i je součinitel tření pro úsek potrubí.

2. ZÁKLADNÍ ROVNICE MECHANIKY TEKUTIN

Pro získání hodnoty součinitele tření je nejprve nutné zjistit hodnotu Reynoldsova čísla. Reynoldsovo číslo vyjadřuje vliv vnitřního tření v důsledku viskozity dané kapaliny při proudění jako podobnostní číslo definované vztahem:²

$$Re = \frac{v_s \cdot D}{\nu}.$$

Kritická hodnota $Re_k = 2320$ vymezuje laminární ($Re \leq Re_k$) a turbulentní oblast ($Re > Re_k$). Koeficient tření λ je při laminárním proudění závislý pouze na hodnotě Re . Při turbulentním proudění rozlišujeme 3 režimy podle typu potrubí:

- 1) Hydraulicky hladké potrubí - závislost λ pouze na Re
- 2) Přechodové oblasti - λ závislá na Re , ale také i na drsnosti potrubí k_r
- 3) Hydraulicky drsné potrubí - λ nyní závislá pouze na drsnosti k_r

Součinitel tření λ :

laminární proudění:

$$\lambda = \frac{64}{Re}$$

turbulentní proudění v hydraulicky hladkém potrubí:

$$\lambda = \frac{1}{(1,8 \cdot \log(Re) - 1,5)^2}$$

turbulentní proudění v přechodové oblasti:

$$\lambda = \left[-1,8 \cdot \log \left(\frac{k_r}{10} + \frac{7}{Re} \right) \right]^{-2}$$

turbulentní proudění v hydraulicky drsném potrubí:

$$\lambda = \left[1,14 + 2 \cdot \log \left(\frac{1}{k_r} \right) \right]^{-2}$$

univerzální vztah:

$$\lambda = \left[-2 \cdot \log \left(\frac{2,5}{Re \cdot \sqrt{0,015}} + 0,27 \cdot k_r \right) \right]^{-2}.$$

² v_s je střední rychlost v potrubí a ν je kinematická viskozita

3 Hydraulický ráz

3.1 Teorie k hydraulickému rázu

Je to nežádoucí efekt, který vzniká při náhlém otevření, či uzavření ventilu v potrubí s proudící kapalinou nebo náhlým spuštěním, vypnutím čerpadla. Vznikne tlaková vlna, která se šíří potrubím. Tlaková vlna osciluje v potrubí tam a zpět, dokud není systémem utlumena. Objevuje se v uzavřených potrubních systémech, jako důsledek rychlého vzrůstu tlaku, kdy se náhle změní průtoková rychlost kapaliny. Tato tlaková vlna je doprovázena hlukem a vibracemi. V některých případech může dojít až k porušení potrubí při přetlaku a rovněž je i nebezpečný podtlak, který může vést i k případnému zhroucení potrubního systému. Pro následující popis hydraulického rázu jsme čerpali z [4].

K tomu, abychom byli vůbec schopni hydraulický ráz nějak popsat, je třeba znát rovnice kontinuity a pohybové rovnice. Z těchto základních rovnic jsme poté schopni odvodit dvě diferenciální rovnice, které slouží pro popis hydraulického rázu. První základní rovnicí je rovnice kontinuity je dána vztahem: $Q = v \cdot S$, kde Q je průtok, v rychlost a S průřez potrubí. Druhá základní rovnice je rovnice silové rovnováhy vyplývající z Newtonova zákona.

Z druhého Newtonova zákona, který řeší rovnost vnějších sil působících na element kapaliny dx získáme první diferenciální rovnice. Po úpravě a vyjádření je ve tvaru:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = g \cdot \frac{\partial H}{\partial x} \Rightarrow \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{1}{g} \cdot \frac{\partial v}{\partial t} \equiv \frac{\partial p}{\partial x} = \rho \cdot \frac{\partial v}{\partial t}, \quad (3.1)$$

kde H je neměnný výškový rozdíl díky dostatečnému objemu kapaliny v hlavní nádrži. Pro vyjádření druhé diferenciální rovnice se uvažuje pružnost potrubí, stlačitelnost tekutin δ a rovnost změn objemů vzhledem ke změně rychlosti v čase:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial x} \cdot \frac{a^2}{g} \equiv \frac{\partial p}{\partial t} = \rho \cdot a^2 \cdot \frac{\partial v}{\partial x}. \quad (3.2)$$

Vztah $a = k \cdot a_{th}$ je rychlost zvuku v stlačitelné kapalině a pružném prostředí a teoretická rychlost zvuku $a_{th} = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$ (K je modul objemové pružnosti kapaliny) a $k = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{K \cdot d}{E \cdot s}}}$, kde

E je Youngův modul pružnosti v tahu a s je tloušťka stěny potrubí.

Bylo tedy dosaženo dvou požadovaných rovnic pro hydraulický ráz:

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{g} \cdot \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \equiv \frac{\partial p}{\partial x} + \rho \cdot \frac{\partial v}{\partial t} = 0, \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} \cdot \frac{a^2}{g} = 0 \equiv \frac{\partial p}{\partial t} + \rho \cdot a^2 \cdot \frac{\partial v}{\partial x} = 0. \quad (3.4)$$

Můžeme si všimnout, že rovnice neobsahuje člen konvektivní (kinetická energie), takže následující analýza je správná jen tehdy, když rychlost zvuku je mnohem vyšší než rychlost proudění. Rovnici (3.3) doplníme ještě o člen měrné ztrátové energie. Nyní soustava rovnic kontinuity a Bernoulliho rovnice bude tvaru:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho \cdot a^2 \cdot \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial x} + \rho \cdot \frac{\partial v}{\partial t} + Y_z = 0. \quad (3.5)$$

K samotnému výpočtu se potom používá některý z těchto způsobů:

- 1) Numerické metody na základě charakteristik – dílčí diferenciální rovnice
- 2) Grafické metody – nejvíce se používaly v padesátých a šedesátých letech. Jsou zastaralé a užitečné jen ve velmi jednoduchých případech
- 3) Nomogramy

Nejčastěji je k výpočtu používán program výpočtu s metodou charakteristik na počítači. Tento postup výpočtu si nyní ukážeme.

Metoda charakteristik [5]

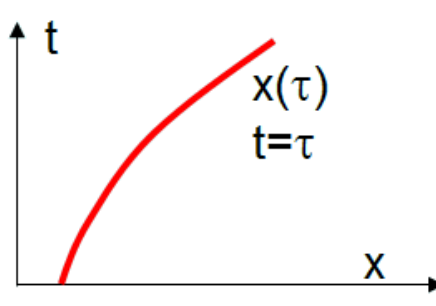
Budeme vycházet ze soustavy rovnic (3.5). Jedná se o parciální diferenciální rovnice.

V našem případě se jedná o hyperbolické rovnice.

První rovnici vynásobíme libovolnou nenulovou konstantou γ a rovnice sečteme:

$$\gamma \left(\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + \gamma a^2 \frac{\partial v}{\partial x} \right) + Y_z = 0. \quad (3.6)$$

V rovině $t - x$ zvolme libovolnou křivku¹



Obrázek 3.1: křivka v rovině $t - x$ [5]

Úplné diferenciály tlaku a rychlosti podél této křivky jsou:

$$\frac{dp}{d\tau} = \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{dx}{d\tau} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad \frac{dv}{d\tau} = \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{dx}{d\tau} \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \left(\frac{\partial t}{\partial \tau} = 1 \right).$$

Jestliže bude křivka $x(t = \tau)$ splňovat současně rovnice:

$$\frac{dx}{d\tau} = \frac{1}{\gamma}, \quad \frac{dx}{d\tau} = \gamma \cdot a^2,$$

získáme výslednou rovnici vyjádřenou pomocí úplných diferenciálů podél křivky $x(t = \tau)$ a tuto křivku nazveme charakteristikou diferenciální rovnice:

$$\gamma \cdot \frac{dp}{dt} + \rho \cdot \frac{dv}{dt} + Y_z = 0. \quad (3.7)$$

¹parametrem křivky $x(\tau)$ může být přímo čas t .

3.1. TEORIE K HYDRAULICKÉMU RÁZU

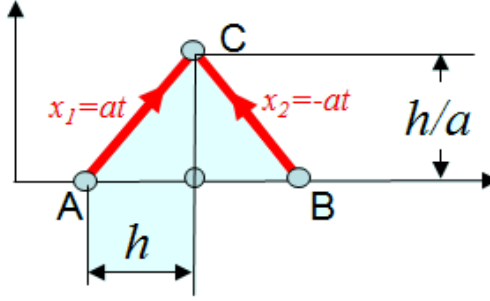
Předchozí rovnice

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{\gamma} = \gamma \cdot a^2,$$

má dvě řešení

$$\gamma_{1,2} = \pm \frac{1}{a}.$$

Těmto řešením odpovídají dvě charakteristické křivky *obr. 3.2.* a diferenciální rovnice (3.8), (3.9), které je třeba na nich integrovat.²



Obrázek 3.2: Charakteristické křivky [5]

$$\frac{dx_1}{dt} = a \quad \frac{1}{a} \frac{dp}{dt} + \rho \frac{dv}{dt} + \frac{\lambda \rho v |v|}{2D} = 0, \quad (3.8)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = -a \quad -\frac{1}{a} \frac{dp}{dt} + \rho \frac{dv}{dt} + \frac{\lambda \rho v |v|}{2D} = 0. \quad (3.9)$$

Přibližnou³ integrací těchto rovnic ve směru charakteristik⁴ vede na soustavu dvou algebraických rovnic pro neznámé p_c, v_c :

$$\frac{1}{a}(p_c - p_A) + \rho(v_c - v_A) + \frac{\lambda h \rho}{2aD} v_A |v_A|, \quad (3.10)$$

$$-\frac{1}{a}(p_c - p_B) + \rho(v_c - v_B) + \frac{\lambda h \rho}{2aD} v_B |v_B|. \quad (3.11)$$

Řešení této soustavy vyjádříme v explicitním tvaru:

$$v_c = \frac{1}{2} \left(\frac{p_A - p_B}{\rho a} + v_A + v_B - \frac{\lambda h}{2aD} (v_A |v_A| + v_B |v_B|) \right), \quad (3.12)$$

$$p_c = \frac{a}{2} \left(\frac{p_A + p_B}{a} + \rho(v_A - v_B) + \frac{\lambda h}{2aD} (v_B |v_B| - v_A |v_A|) \right). \quad (3.13)$$

Tuto soustavu již můžeme využít pro numerické řešení rychlostí a tlaků na nové časové hladině v bodě C ze známých hodnot v bodech A, B na staré časové hladině.

²člen $Y_z = \frac{\lambda \rho v |v|}{2D}$, kde λ je třecí součinitel

³přibližnost integrace spočívá jen v zanedbání proměnnosti třecích ztrát podél charakteristiky

⁴např. $\int_{t_A}^{t_c} \frac{dp}{dt} dt = p_c - p_A$

3.2 Totální a částečný hydraulický ráz

V následujícím popise a odvození jsme získali potřebné informace z [1].

O tom, jestli se jedná o totální nebo částečný hydraulický ráz vypovídá doba uzavírání ventilu, vzhledem k rázové vlně. V okamžiku uzavírání ventilu vznikne rázová vlna, která se šíří rychlostí zvuku k horní nádrži, kam dorazí v čase $t = \frac{L}{a}$. Od hladiny nádrže se odrazí a vrací se zpátky k ventilu. Od nádrže k ventilu dospěje opět za čas $t = \frac{L}{a}$.

Tato doba návratu rázové vlny se nazývá doba reflexe a značí se jako $\mu = \frac{2 \cdot L}{a}$. Pokud se rázová vlna vrátí již k uzavřenému ventilu bude se jednat o totální ráz. Pokud však doba reflexe bude menší než doba uzavírání ventilu, bude se jednat o částečný ráz. Tedy k tomu, aby se jednalo o totální ráz je třeba platnosti vztahu $\mu > T_{uzav}$, kde T_{uzav} značí dobu uzavírání ventilu.

Při totálním rázu dochází k maximálnímu nárůstu tlaku a to jak kladného tak i záporného. Pokud je ovšem doba uzavírání ventilu delší než doba reflexe, dojde pouze k částečnému rázu a dochází přitom ke skládání přímých a odražených rázových vln a tudíž přírůstek tlaků je menší než při totálním rázu. K odvození totálního rázu vycházíme z toho, že jde o přeměnu kinetické energie kapaliny E_k na deformační práci kapaliny E_d . Výpočet nárůstu tlaku se dá určit za pomoci energetické rovnosti energie deformační a kinetické:

$$E_k = E_d, \quad (3.14)$$

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V \cdot v^2,$$

$$E_d = \frac{1}{2} \cdot F \cdot \Delta x = \frac{1}{2} \cdot \Delta p \cdot S \cdot \Delta x = \frac{1}{2} \cdot \Delta p \cdot \Delta V$$

a energetická rovnost (3.14) přejde na tvar:

$$\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot \Delta p \cdot \Delta V \Rightarrow \frac{\Delta V}{V} = \frac{\rho \cdot v^2}{\Delta p}. \quad (3.15)$$

S využitím vztahu pro modul objemové pružnosti:

$$K = V \cdot \frac{\Delta p}{\Delta V} \Rightarrow \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta p}{K} \quad (3.16)$$

a následným spojením dvou předchozím rovnic dostáváme:

$$\Delta p K = \frac{\rho \cdot v^2}{\Delta p}. \quad (3.17)$$

Drobnou úpravou a vyjádřením přírůstku tlaku jsme získali již známý vztah vyjadřující totální ráz tzv. Žukovského vztah⁵:

$$\Delta p^2 = \rho \cdot v^2 \cdot K \Rightarrow \Delta p = \pm \rho \cdot \Delta v \cdot a, \quad (3.18)$$

kde $\Delta v = \bar{v} - v$, \bar{v} je rychlost kapaliny na počátku uzavírání ventilu a v je rychlost kapaliny procházející ventilem v době návratu rázové vlny. Při totálním rázu je tedy $\Delta v = \bar{v} - 0$ a dochází tedy k maximálnímu nárůstu tlaku.

⁵úprava v rovnici: $a = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \Rightarrow K = a^2 \cdot \rho$

4 Ochrana proti hydraulickému rázu

V průběhu hydraulického rázu je potrubní systém vystaven vysokým a nízkým tlakům. Vysoké tlaky mohou poškodit součásti systému, jako jsou ventily, čerpadla a ostatní součásti potrubí. Změna rychlosti kapaliny v potrubí je první krok ke vzniku hydraulického rázu. Výsledná změna tlaku je přímo úměrná změně rychlosti. Z tohoto důvodu je třeba se vyhnout náhlým změnám rychlosti, aby se minimalizoval výskyt tlakových výkyvů. Většina kontrolních zařízení a pracovní postupy jsou navrhovány a formulovány takovým způsobem, aby nedošlo k náhlým změnám rychlosti. V následujících podkapitolách se opíráme o poznatky z [6] a [7].

Jednou z nejčastějších příčin hydraulického rázu je náhlé uzavření ventilu. Nejlepším způsobem, jak určit účinky různých ventilů, je provést počítačovou simulaci odezvy systému a vyhodnotit výsledky změny tlaku. Na základě simulačních studií musí být ochranný systém navržen tak, aby se používalo vhodných uzavíracích ventilů.

Kontrola tlakového rázu

Potlačení a kontrola ale i předvídání tlakových pulzací je stejně důležitá. Existuje několik způsobů, které se používají podle toho, jaké jsou charakteristiky systému.

Snížení tlakového rázu se provádí :

Omezením jeho vzniku: prodloužením doby otevírání a zavírání ventilů, zvýšením setrvačnosti čerpacího zařízení či turbíny, vyloučením průtokových - dynamických vibrací a možných rezonancí

Snížením velikostí přetlaků pomocí ochranných prvků: vyrovnávací komora, větrník, obtok, aj.

4.1 Omezení vzniku rázu

4.1.1 Zavírání ventilů

Tuto problematiku jsme již řešili v kapitole o totálním a částečném rázu. Ovšem jestliže je potřebná doba uzavírání ventilu příliš dlouhá, využívá se uzavírání se dvěma nebo více rychlostmi. První fáze uzavírání je rychlá a druhá pomalá.

4.1.2 Zvýšení setrvačnosti čerpadla

Snížení hydraulického rázu při zastavení čerpadla spočívá v prodloužení doby doběhu při odstavování čerpadla a odpojení napájení motoru. Toho se dosáhne zvýšením setrvačnosti. Existuje omezení pomocí zapojeného setrvačnicku. Tento způsob je omezen na případy, kdy potrubí není příliš dlouhé a motor čerpadla dokáže překonat vyšší setrvačnost během jeho uvádění do chodu.

4.2 Ochranné prvky

4.2.1 Vyrovnávací komora

Vyrovnávací komorou rozumíme nádrž s kapalinou o volné hladině připojenou na tlakové potrubí. Je nezbytnou součástí u vysokospádových vodních elektráren. Účelem je zachytit a tlumit vysokotlaké vlny. Tyto komory bývají většinou vyrobeny z oceli a z ekonomického hlediska nejsou nejlepší variantou.

Funkce vyrovnávacích komor:

- 1) Zkracuje vzdálenost mezi uzávěrem a nejbližší volnou vodní hladinou a tím i výrazně snižuje intenzitu vlny.
- 2) Díky uzavření ventilu začne vodní hladina v komoře stoupat, dokud nepřekročí výšku hladiny v hlavní nádrži a tak zpomalí hlavní tok v potrubí a absorbuje přebytečnou kinetickou energii.
- 3) Rozděluje dlouhé přívodní potrubí a vytváří umělou nádrž vody, která přispívá k plynulosti chodu a regulaci turbíny a eliminuje výkyvy v průtoku vlivem poklesu odběru turbíny.

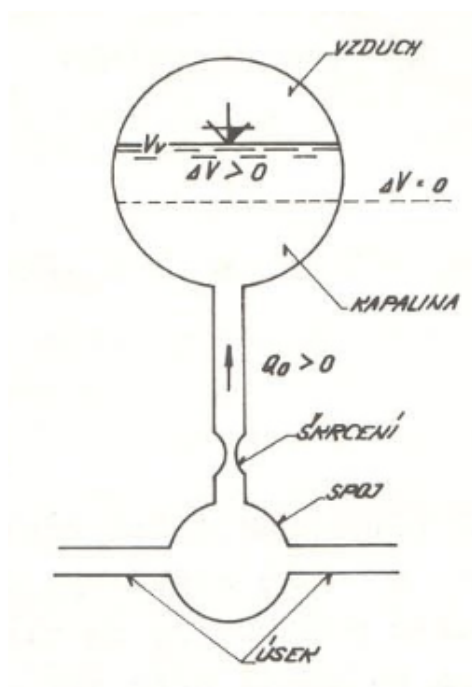


Obrázek 4.1: Vyrovnávací komora v praxi

4.2. OCHRANNÉ PRVKY

4.2.2 Větrník

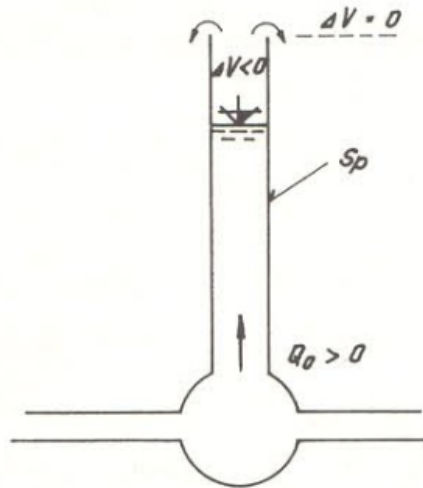
Tam, kde by obyčejná vyrovnávací komora byla neekonomická, používáme komory pneumatické neboli větrníky. Větrník je tlaková nádoba s uzavřeným vzduchovým polštářem nebo polštářem z jiného plynu připojená na potrubí. Při poklesu tlaku v potrubí dochází k expanzi vzduchu (plynu) ve větrníku a voda proudí z větrníku do potrubí a naopak při vzestupu tlaku v potrubí se vzduchový polštář stlačuje a voda z potrubí vtéká do větrníku. V Americe bylo použití větrníku mnohem více rozšířeno než v Evropě. Podmínkou uspokojivé funkce větrníku je jeho správné dimenzování, tj. potřebná velikost vzduchového polštáře vzhledem k velikosti potrubí a k velikosti průtoku. Pokud by z větrníku unikl plyn do potrubí, došlo by k rapidnímu navýšení oscilací tlaku a kvůli tomu ke ztrátě správné funkčnosti větrníku. Další zápornou vlastností větrníku je, že se musí provádět pravidelná údržba ke kontrole objemu plynu.



Obrázek 4.2: Větrník [6]

4.2.3 Výtok přepadem

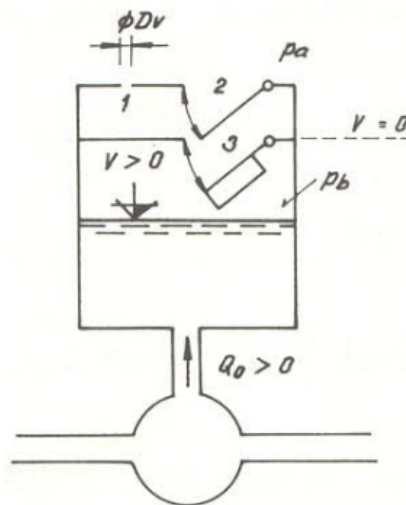
Jestliže kapalina z nádrže vytéká, je přepad v základním stavu a ve spoji je zajištěno konstantního tlaku odpovídající výšce přepadu. Pro $Q_0 < 0$ objem kapaliny v nádrži klesá a tím se i snižuje tlak ve spoji. Pokud $Q_0 > 0$ objem kapaliny v nádrži narůstá a kapalina začne přepadat. Výtok přepadem je znázorněn na obr. 4.3.



Obrázek 4.3: Výtok přepadem [6]

4.2.4 Vzdušník

Jedná se o komoru, která je propojena dolní částí s potrubím a horní částí s ovzduším. Horní část je propojena buď trvale otevřeným otvorem 1 nebo otvorem 2, který je uzavírán zpětnou klapkou. Klapka slouží k tomu, aby do vzdušníku volně proudil vzduch, ale rovněž zabraňuje jeho proudění ven. V horní části vzdušníku je také vodorovná přepážka, ve které je otvor 3, který je uzavíráný klapkou s plovákem. Tato klapka umožňuje proudění vzduchu oběma směry, ale uzavírá se při naplnění prostoru pod přepážkou kapalinou. Jestliže dojde ve vzdušníku k poklesu tlaku pod tlak atmosférický, otvor 3 se otevře a vzduch začne volně proudit pod přepážkou a tím se udrží ve vzdušníku atmosférický tlak. Pokud kapalina začne proudit do vzdušníku, otvor 2 se uzavře a vzduch ve vzdušníku se bude stlačovat a unikat otvorem 1. Tento stav trvá do doby než ve vzdušníku klesne tlak pod tlak atmosférický a opět se otevře otvor 2 a vzdušník přejde do předchozího stavu nebo dokud není vytlačen všechen vzduch ze vzdušníku. Poté se uzavře otvor 3 a vzdušník je ve stejném stavu jako na začátku.



Obrázek 4.4: Vzdušník [6]

4.3. TLAKOVÁ ZAŘÍZENÍ

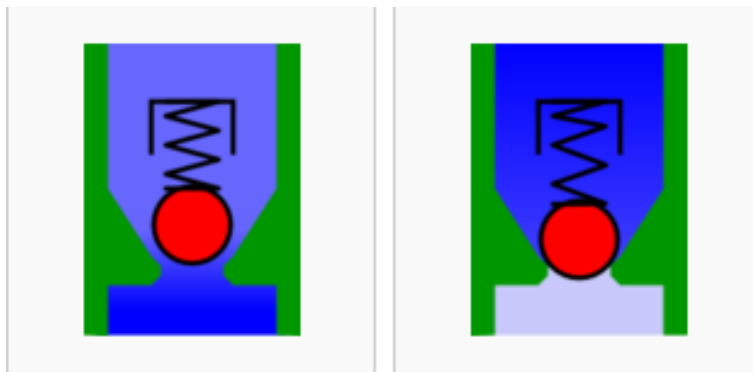
4.3 Tlaková zařízení

4.3.1 Tlakový ventil

Umísťuje se před čerpadla. Slouží k zabránění značných vírů, které mohou otočit směr točení čerpadla. Tyto víry mohou způsobit až zastavení průtoku a následně vznik hydraulického rázu.

4.3.2 Zpětný ventil

Zpětný ventil zajišťuje průtok kapaliny jedním směrem, nepřipustí průtok směrem opačným. Konstrukční variantou je zpětná klapka. Zpětný ventil se skládá z kuličky dosedající na sedlo. Kulička je k sedlu přitlačována většinou pružinou. Tlak kapaliny v propustném směru způsobí odtlačení kuličky od sedla a vzniklým průřezem pak proudí kapalina.



Obrázek 4.5: Otevřený a uzavřený ventil

4.3.3 Pojistný ventil

Také nazýván bezpečnostní ventil. Ventil vypouští kapalinu, jestliže v nádrži nebo potrubí stoupne tlak nad nastavenou hodnotu. Využívá se nejen k ochraně vodovodních potrubí před hydraulickým rázem, ale je také např. povinnou součástí parních kotlů aj.

5 Vyrovnávací komora, větrník

Vyrovnávací komorou rozumíme nádrž s kapalinou o volné hladině připojenou na tlakové potrubí. Je celá řada různých způsobů provedení a úkonů vyrovnávacích komor a existuje celá řada různých druhů úprav komor. Z ekonomického hlediska je použití těchto komor výhodné jen na místech potrubí s nízkým tlakem, např. tam, kde za vyrovnávací komoru slouží krátké svahové potrubí nebo nádrž v horním podlaží čerpací stanice, spojená svislou trubicí s tlakovým potrubím apod.

5.1 Simulace hydraulického rázu ve vyrovnávací komoře

Pro ochranu potrubního systému proti škodlivým účinkům hydraulického rázu byla vynalezena četná ochranná zařízení. Ochranná zařízení jsou navržena buď proto, aby skladovaly kapalinu, snížily změny proudu nebo vypouštěly kapalinu z potrubí. Vyrovnávací komory jsou jedny z běžných ochran. Vyrovnávací komora slouží ke snížení amplitudy výkyvů tlaku odrážených tlakových vln a k zabránění kavitace.

5.1.1 Schematické a řídicí rovnice

Základní informace pojednávající o hydraulickém rázu s aplikací vyrovnávací komory na potrubí nalezneme v [8].

V ústí do nádrže je otvor spojující potrubí s nádrží *obr. 5.1*. Jestliže je otvor do nádrže stejně velký jako průřez potrubí, pak jsou vstupní ztráty zanedbatelné. Na druhé straně, jestliže je vstupní otvor příliš malý ve srovnání s průřezem potrubí, pak se systém chová, jako by tam žádná komora nebyla. Odvození rovnic silové rovnováhy a kontinuity popisující oscilaci vodní hladiny v komoře jsou založeny na následujících předpokladech:

- 1) Stěny potrubí jsou tuhé a kapalina je nestlačitelná
- 2) Setrvačnost kapaliny v komoře lze zanedbat, protože je malá ve srovnání setrvačnosti kapaliny v potrubí
- 3) Ztráty v systému v průběhu vodního rázu se vypočítají pomocí vzorců pro odpovídající rychlosti při ustáleném proudu

Obrázek *obr. 5.1* schematicky znázorňuje horizontální potrubí, které má konstantní průřez a *obr. 5.2* ukazuje odpovídající diagram se všemi působícími síly na kontrolní objem kapaliny.

Síly působící na kapalinu jsou:

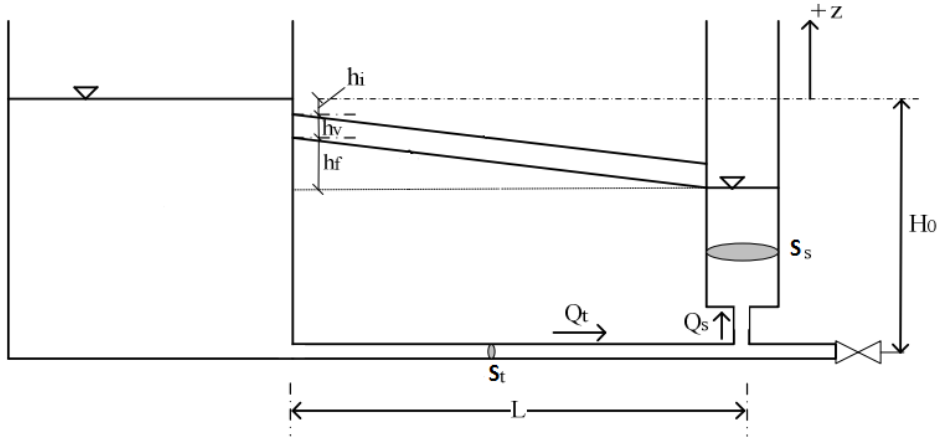
$$F_1 = \gamma \cdot S_t \cdot (H_0 - h_v - h_i),$$

$$F_2 = \gamma \cdot S_t \cdot (H_0 + z + h_{orf}),$$

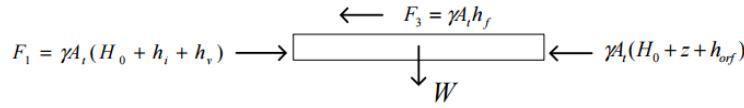
$$F_3 = \gamma \cdot S_t \cdot h_f,$$

kde S_t je plocha průřezu potrubí, H_0 je výška hladiny v hlavní nádrži, γ je měrná hmotnost kapaliny ($\gamma = \rho \cdot g$), h_v je rychlostní výška, h_i je vtoková výška ztrát, h_f je třecí výška a

5.1. SIMULACE HYDRAULICKÉHO RÁZU VE VYROVNÁVACÍ KOMOŘE



Obrázek 5.1: Potrubí s vyrovnávací komorou [8]



Obrázek 5.2: Rovnováha sil [8]

tvoří ztráty v potrubí mezi hlavní nádrží a vyrovnávací komorou a z je hladina kapaliny v komoře měřená od hladiny kapaliny v hlavní nádrži. S ohledem, že směr toku po proudu uvažujeme za kladný, výsledné síly působící na element kapaliny jsou:

$$\sum F = F_1 + F_2 + F_3$$

a po dosazení:

$$\sum F = \gamma \cdot S_t (-z - h_v - h_i - h_f - h_{orf}). \quad (5.1)$$

V potrubí je hmotnost prvku tekutiny $\frac{\gamma \cdot S_t \cdot L}{g}$. Proto je rychlost změny hybnosti elementu kapaliny rovna:

$$= \frac{\gamma \cdot S_t \cdot L}{g} \frac{d}{dt} \left(\frac{Q_t}{S_t} \right) = \frac{\gamma \cdot L}{g} \cdot \frac{dQ_t}{dt}. \quad (5.2)$$

Podle druhého Newtonova pohybového zákona je rychlost změny hybnosti rovna výsledné síle a rovnice (5.1) přejde na tvar:

$$\frac{\gamma \cdot L}{g} \cdot \frac{dQ_t}{dt} = \gamma \cdot S_t (-z - h_v - h_i - h_f - h_{orf}). \quad (5.3)$$

Totální výšková ztráta $h = -h_v + h_i + h_f + h_{orf}$ může být vyjádřena jako funkce $h = c \cdot Q_t \cdot |Q_t|$, kde c je koeficient. Tudiž rovnice (5.2) přejde na:

$$\frac{dQ_t}{dt} = \frac{g \cdot S_t}{L} (-z - c \cdot Q_t \cdot |Q_t|). \quad (5.4)$$

V předchozím odvození se předpokládá, že potrubí je vodorovné a plocha průřezu je konstantní. Pro potrubí s proměnným průřezem se vztah $\frac{S_t}{L}$ nahradí vztahem $\sum_{i=1}^n \frac{S_{ti}}{L_i}$. Celková ztrátová výška je zde považována za součet ztrátových výšek způsobených jak

ztrát v důsledku tření v potrubí tak i ztrát vtokových do komory.

Třecí ztrátová výška se vypočítá za použití Darcy-Wesbach rovnice:

$$h_f = \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2} = \lambda \frac{L}{D} \frac{Q_t^2}{2gS_t^2} = c_f Q_t^2 \quad , \quad c_f = \lambda \frac{L}{2gS_t^2 D} . \quad (5.5)$$

Ztráty způsobené vtokem kapaliny z potrubí do zvětšeného průřezu komory jsou označovány jako ztráty místní a jsou vypočteny z rovnice:

$$h_i = \xi \frac{v^2}{2g} = \xi \frac{Q_t^2}{2gS_t^2} = c_s Q_t^2 \quad , \quad c_s = \frac{\xi}{2gS_t^2} . \quad (5.6)$$

Nakonec rovnice (5.4) přejde na:

$$\frac{dQ_t}{dt} = \frac{g \cdot S_t}{L} (-z - (c_f + c_s) \cdot Q_t \cdot |Q_t|) . \quad (5.7)$$

Rovnice kontinuity

Rovnice kontinuity pro spojení potrubí a vyrovnávací komory, jak je znázorněno na *obr. 5.1* může být psána jako:

$$Q_t = Q_s + Q_v , \quad (5.8)$$

kde Q_s je proud do komory (přítok je pozitivní) a Q_v je proud přes ventil. Předchozí rovnice platí pro případ, kdy může být ventil nahrazen turbínou nebo čerpadlem a průtok přes turbínu nebo ventil je označen jako Q_v . Pro $Q_s = S_s \frac{dz}{dt}$ rovnice (5.8) bude tvaru:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{1}{S_s} (Q_t - Q_v) . \quad (5.9)$$

Rovnice (5.4) a (5.9) jsou zjednodušené (obyčejné diferenciální rovnice) zahrnující rovnice popisující oscilaci vodní hladiny v systému vyrovnávací komory znázorněné na *obr. 5.1*. Nelinearita těchto rovnic (nutno poznamenat, že vypouštění přes turbínu by mohlo být také nelineární) není snadno dobře řešitelná. Proto se používají numerické metody pro integrování těchto rovnic.

Numerické řešení

Existuje mnoho různých metod, které mohou být použity pro řešení obyčejných a parciálních rovnic, jako například metoda charakteristik, metoda konečných rozdílů, a metoda konečných prvků. Obecně pro časově závislé parciální diferenciální rovnice, technika konečných rozdílů spadá do široké kategorie explicitních a implicitních tvarů. Explicitní tvary jsou snadněji programovatelné a řešitelné, ale trpí problémem numerické stability, která vyžaduje použití malých časových kroků. Na druhou stranu implicitní metody umožňují použití větších časových kroků, kdy jsou řešení numericky stabilní, ale jsou mnohem náročnější na výpočet. V podstatě jsou obyčejné diferenciální rovnice nahrazeny aproximací konečných rozdílů, kde neznámé množství na konci časového kroku je vyjádřeno funkcí známých podmínek na začátku časového kroku. Na řešení rovnic (5.4) a (5.9) způsobem konečných rozdílů se používá dopředná Eulerova metoda a metoda Runge-Kutta 4.řádu.

5.2 Výpočet velikosti akumulátoru a vyrovnávací komory

Informace pro způsob, jak stanovit rozměry velikostí protirázových ochran jsme získali z [9] pomocí, kterých jsme zpracovali obsah v následujících podkapitolách 5.2.1 a 5.2.2. Nyní budeme řešit, jak stanovit objem plynu v akumulátoru a velikost průřezu vyrovnávací komory.

5.2.1 Objem plynu v akumulátoru

Stanovení velikosti plynového akumulátoru při hydraulickém rázu vychází z předpokladu, že veškerá kinetická energie kapaliny se přemění na tlakovou energii plynu v akumulátoru. Uvažujeme adiabatický děj.¹ Tedy pro adiabatickou kompresi plynu platí:

$$pV^\kappa = p_0V_0^\kappa, \quad (5.10)$$

kde κ je adiabatický exponent.

Dále hodnoty s indexem 0 budeme brát jako hodnoty při ustáleném proudění před rázem a hodnoty s indexem 1 jako maximální popřípadě minimální hodnoty během rázu.

Rovnost kinetické energie kapaliny a energie potřebné ke stlačení plynu je tvaru:

$$E_k = - \int_{V_0}^{V_1} (p - p_0) dV. \quad (5.11)$$

Za tlak p dosadíme vztah z rovnice (5.10) a získáme rovnici ve tvaru:

$$E_k = - \int_{V_0}^{V_1} \left[p_0 \left(\frac{V_0}{V} \right)^\kappa - p_0 \right] dV. \quad (5.12)$$

Pokud dále uvažujeme kinetickou energii $E_k = \frac{1}{2}mv^2$, kde:

$$m = V \cdot \rho = S \cdot L \cdot \rho \quad a \quad v^2 = \frac{Q^2}{S^2}$$

můžeme psát:

$$E_k = \frac{L\rho Q^2}{2S} \quad (5.13)$$

a tudíž bude kinetická energie odpovídat rozměrům potrubí a velikosti průtoku.

Jestliže rovnice (5.12) a (5.13) porovnáme, následně zintegrujeme a využijeme opět rovnice (5.10), získáme vztah pro výpočet objemu plynu V_0 při požadavku na maximální tlak p_1 . Po provedení těchto kroků máme rovnici pro adiabatický děj tvaru:

$$V_0 = \frac{L\rho Q^2}{2Sp_0} \left\{ \frac{1}{\kappa - 1} \left[\left(\frac{p_0}{p_1} \right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} - 1 \right] + \left(\frac{p_0}{p_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}} - 1 \right\}^{-1}. \quad (5.14)$$

¹Jedná se o termodynamický děj, při kterém nedochází k tepelné výměně mezi plynem a okolím. Děj probíhá při dokonalé tepelné izolaci, kdy soustava nepřijímá ani nevydává žádné teplo. Děj probíhá tak rychle, že se výměna tepla s okolím nestací uskutečnit.

Pokud bychom uvažovali izotermický děj, kde ($\kappa = 1$) dostali bychom tvar:

$$V_0 = \frac{L\rho Q^2}{2Sp_0} \left(\frac{p_0}{p_1} - \ln \frac{p_0}{p_1} - 1 \right)^{-1}. \quad (5.15)$$

Tento způsob odvození velikosti objemu plynu v akumulátoru ovšem nezahrnuje ztráty při nátoku nádoby, které mohou hrát významnou roli.

5.2.2 Průřez vyrovnávací komory

Při stanovení průřezu vyrovnávací komory lze využít podobného postupu jako při předchozím odvození pro výpočet objemu plynu v akumulátoru. Nyní se veškerá kinetická energie přemění na energii potenciální, tudíž platí:

$$E_k = \int_{H_0}^H g (H - H_0) \rho S_k dH, \quad (5.16)$$

kde S_k je průřez vyrovnávací komory. Uvážíme-li vztah mezi polohou hladiny a tlakem v potrubí:

$$H = \frac{p}{g\rho}, \quad (5.17)$$

tak lze porovnáním vztahů (5.13) a (5.16) po integraci získat vzorec pro výpočet průřezu vyrovnávací komory:

$$S_k = \frac{gL}{S} \left(\frac{\rho Q}{p_1 - p_0} \right)^2, \quad (5.18)$$

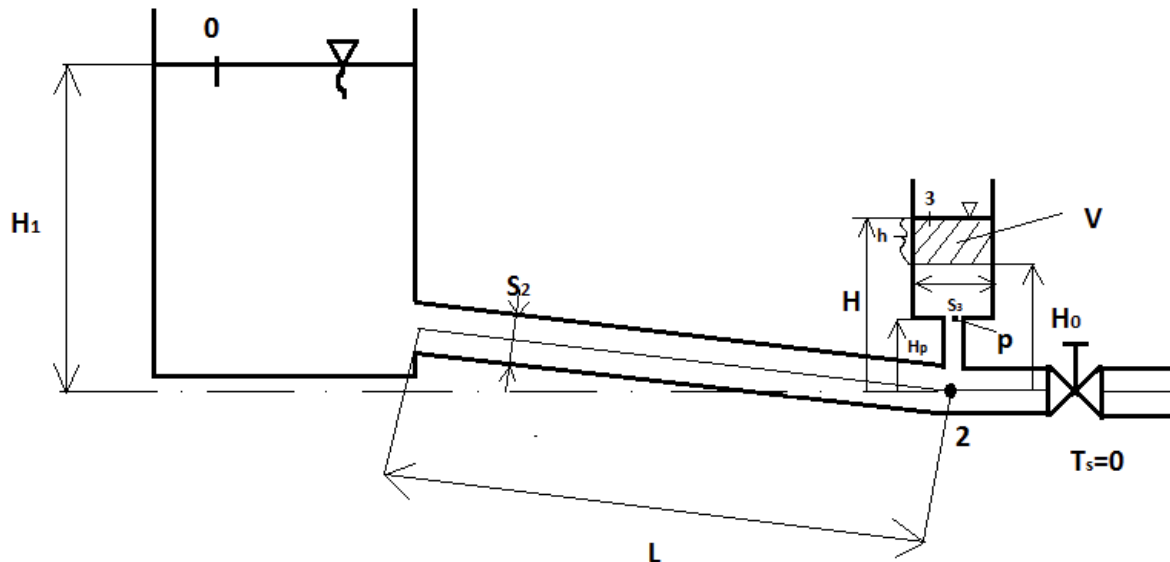
kde za tlak p_1 dosadíme požadovanou maximální hodnotu.

V tomto vztahu neuvažujeme případné škrcení na vstupu do komory a setrvačnost vodního sloupce v nádrži.

5.3 Matematický model

Naším cílem bude vyřešit změny objemů kapaliny a průtokové rychlosti v komoře při hydraulickém rázu v aplikaci na komoru otevřenou i uzavřenou.

Budeme uvažovat jednoduchý potrubní systém:



Obrázek 5.3: Vodovodní potrubí

Model potrubního systému

Délka potrubí	$L = 100 \text{ m}$
Průměr potrubí	$D_2 = 1 \text{ m}$
Průměr komory	$D_3 = 1 \text{ m}$
Průměr zúžení	$D_p = 0,5 \text{ m}$
Výška hladiny v hlavní nádrži	$H_1 = 50 \text{ m}$
Průtok při ustáleném proudění	$Q_0 = 2 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$
Hustota vody	$\rho = 998,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
Gravitační zrychlení	$g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
Atmosférický tlak	$p_a = 101325 \text{ Pa}$
Místní ztráty výtokové z potrubí	$\xi_2 = 2 [-]$
Místní ztráty vtokové do komory	$\xi_3 = 2 [-]$
Relativní drsnost	$k_r = 0,1 [-]$
Kinematická viskozita	$\nu = 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
Rychlost zvuku ve vodě	$a_z = 1484 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
Zbytkový průtok uzávěrem	$Q_{2z} = 1 \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$
Polytropický exponent	$n = 1,33 [-]$

5. VYROVNÁVACÍ KOMORA, VĚTRNÍK

Ze všeho nejdřív si musíme určit Reynoldsovo číslo pro výpočet součinitele tření λ_i . Výpočet budeme provádět pro hodnoty ustáleného proudění. Budeme potřebovat dvě hodnoty a to pro oblast v potrubí značeno indexem „2“ a pro oblast v zúžené části při nátoku do komory s indexem „p“:

$$Re_i = \frac{Q}{S_i} \cdot \frac{D_i}{\nu}.$$

Následně jsme pro stanovení součinitele tření λ_i využili univerzální vzorec:

$$\lambda_i = \left[-2 \cdot \log \left(\frac{2,5}{Re_i \cdot \sqrt{0,015}} + 0,27 \cdot k_r \right) \right]^{-2}.$$

Dalším krokem je zjištění počáteční hladiny v komoře H_0 , kterou vypočítáme pomocí $H_0 = H_1 - h_z$, kde h_z je ztrátová výška:

$$h_z = \frac{1}{g} \cdot \left[\frac{v_2^2}{2} \cdot \left(\xi_2 + \lambda_2 \cdot \frac{L}{D_2} \right) + \frac{v_3^2}{2} \cdot \xi_3 + \frac{v_p^2}{2} \cdot \lambda_p \cdot \frac{H_p}{D_p} \right]. \quad (5.19)$$

Výšku zúžené části komory jsme určili jako $H_p = \frac{3}{5} \cdot H_0$.

Pro výpočet využijeme Bernoulliho rovnici mezi body 0-3:

$$\frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} + \int_0^3 \frac{\partial v}{\partial t} \cdot dl - U + Y_z = konst,$$

která vyjadřuje zákon zachování mechanické energie.

Pro náš případ uvažujeme zjednodušenou úlohu a to v tom, že uvažujeme kapalinu jako nestlačitelnou a neuvažujeme pružnost potrubí. Bernoulliho rovnici si upravíme za použití rovnice kontinuity a vyjádříme si do rovnice průtokovou rychlost:

$$Q = v \cdot S \Rightarrow v = \frac{Q}{S}$$

a původní rovnice přejde na tvar:

$$\frac{1}{S^2} \cdot \frac{Q^2}{2} + \frac{p}{\rho} + \int_0^3 \frac{1}{S} \cdot \frac{\partial Q}{\partial t} \cdot dl - U + Y_z = konst. \quad (5.20)$$

Výpočty budeme provádět jak pro komoru otevřenou, tedy s tlakem na hladině rovný tlaku atmosférickému tak i pro komoru uzavřenou.

5.3. MATEMATICKÝ MODEL

5.3.1 Otevřená vyrovnávací komora

Na hladině vodní nádrže i vyrovnávací komory je tlak atmosférický p_a . Bernoulliho rovnice mezi bodem 0-2:

$$\frac{v_0^2}{2} + g \cdot H_1 + \frac{p_a}{\rho} = \frac{v_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + \int_0^2 \frac{dv_2}{dt} dl + \lambda_2 \cdot \frac{L}{D_2} \cdot \frac{v_2^2}{2} + \xi_2 \cdot \frac{v_2^2}{2} \quad (5.21)$$

a mezi body 2-3:²

$$\frac{v_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} = \frac{p_a}{\rho} + \frac{v_3^2}{2} + g \cdot H + \int_2^p \frac{dv_p}{dt} \cdot dl + \int_p^3 \frac{dv_3}{dt} \cdot dl + \frac{v_p^2}{2} \cdot \left(\lambda_p \cdot \frac{H_p}{D_p} \right) + \frac{v_3^2}{2} \cdot \xi_3, \quad (5.22)$$

člen $\frac{v_0^2}{2} = 0$, jelikož počítáme s rozlehlou horní nádrží.

Dosazením rovnice (5.21) do (5.22) získáme Bernoulliho rovnici ve tvaru mezi body 0-3:

$$\begin{aligned} \frac{p_a}{\rho} + g \cdot H_1 = \frac{p_a}{\rho} + \frac{v_3^2}{2} + g \cdot H + \int_2^p \frac{dv_p}{dt} \cdot dl + \int_p^3 \frac{dv_3}{dt} \cdot dl + \\ + \frac{v_p^2}{2} \cdot \left(\lambda_p \cdot \frac{H_p}{D_p} \right) + \frac{v_3^2}{2} \cdot \xi_3 + \int_0^2 \frac{dv_2}{dt} dl + \frac{v_2^2}{2} \cdot \left(\lambda_2 \cdot \frac{L}{D_2} + \xi_2 \right), \end{aligned} \quad (5.23)$$

člen $\frac{p_a}{\rho}$ na obou stranách rovnice vypadne a za rychlost v dosadíme z rovnice kontinuity $v = \frac{Q}{S}$. Průtok Q , který proudí potrubím si rozdělíme na průtok Q_1 vtékající do komory a průtok Q_2 proudící ventilem. Průtok Q_2 si vyjádříme jako $Q_2 = e^{-Kt}$, kde $K = -\frac{1}{t_s} \cdot \ln(Q_{2z})$, t_s je doba uzavírání ventilu a Q_{2z} je zbytkový průtok ventilem. V našem případě uvažujeme tento průtok velmi malý. Přesněji by měl být samozřejmě nulový. Toto všechno jsme museli zavést proto, aby jsme byli schopni výpočet provést v naší zjednodušené formě. Dále si musíme dát pozor u ztrátových členů, kde průtoková rychlost je závislá na směru průtoku a tudíž nelze vyjádřit jako Q^2 (popř. Q_1^2), ale musí být tvaru $Q|Q|$ (popř. $Q_1|Q_1|$). Kdybychom tuto poslední úpravu neprovedli znamenalo by to, že ve výsledku by se kmitání v systému netlumilo, ale naopak by ještě narůstalo, jelikož by se neuvažovalo klesání vodní hladiny jinými slovy záporný směr průtoku. Dostáváme tedy rovnici:

$$\begin{aligned} g \cdot H_1 = \frac{1}{S_3^2} \cdot \frac{Q_1^2}{2} + g \cdot (H_0 + \frac{1}{S_3} \int_0^t Q_1 dt) + \frac{1}{S_p} \cdot \frac{dQ_1}{dt} \cdot \left(H_p - \frac{D_2}{2} \right) + \\ + \frac{1}{S_3} \cdot \frac{dQ_1}{dt} \left(H_0 - H_p + \frac{1}{S_3} \int_0^t Q_1 dt \right) + \frac{Q_1|Q_1|}{2S_p^2} \cdot \left(\lambda_p \cdot \frac{H_p}{D_p} \right) + \\ + \frac{\xi_3}{2S_3^2} \cdot Q_1|Q_1| + \frac{L}{S_2} \cdot \frac{d(Q_1 + Q_2)}{dt} + \frac{(Q_1 + Q_2)|Q_1 + Q_2|}{2S_2^2} \cdot \left(\lambda_2 \cdot \frac{L}{D_2} + \xi_2 \right). \end{aligned} \quad (5.24)$$

²Nesmíme zapomenout, že potrubí mezi body 2-3 se skládá z dvou různých průměrů.

Problém nastane ovšem ve členu $\frac{1}{S_3^2} \cdot \frac{dQ_1}{dt} \int_0^t Q_1 dt$, proto zavedeme vhodnou substituci³ a rovnici ještě upravíme⁴:

$$\begin{aligned} 0 = & \frac{1}{2S_3^2} \cdot \frac{dV}{dt} \cdot \frac{dV}{dt} + g \cdot (H_0 - H_1) + \frac{g}{S_3} \cdot V + \left(\frac{H_p - \frac{D_2}{2}}{S_p} \right) \cdot \frac{d^2V}{dt^2} + \\ & + \left(\frac{H_0 - H_p}{S_3} \right) \cdot \frac{d^2V}{dt^2} + \frac{1}{S_3^2} \cdot \frac{d^2V}{dt^2} V + \left(\frac{\lambda_p \cdot H_p}{2 \cdot D_p \cdot S_p^2} \right) \cdot \left| \frac{dV}{dt} \right| \cdot \frac{dV}{dt} + \frac{\xi_3}{2S_3^2} \cdot \left| \frac{dV}{dt} \right| \cdot \frac{dV}{dt} + \\ & + \frac{L}{S_2} \cdot \left(\frac{d^2V}{dt^2} - K \cdot e^{-Kt} \right) + \left(\frac{\lambda_2 \cdot L + \xi_2 \cdot D_2}{2S_2^2 \cdot D_2} \right) \cdot \left(\left| \frac{dV}{dt} \right| \cdot \frac{dV}{dt} + 2 \cdot \frac{dV}{dt} \cdot e^{-Kt} + e^{-2Kt} \right). \end{aligned} \quad (5.25)$$

Nyní pouze grafickou úpravou pro lepší přehlednost:

$$\begin{aligned} V''V \cdot \frac{1}{S_3^2} + V'' \cdot \left(\frac{H_0 - H_p}{S_3} + \frac{L}{S_2} + \frac{H_p - \frac{D_2}{2}}{S_p} \right) + V'V' \cdot \frac{1}{2S_3^2} + |V'| \cdot V' \cdot \left(\frac{\xi_3}{2S_3^2} + \frac{\lambda_2 L + \xi_2 D_2}{2S_2^2 D_2} + \frac{\lambda_p H_p}{2S_p^2 D_p} \right) + \\ + |V'| \cdot \left(e^{-Kt} \cdot \frac{\lambda_2 L + \xi_2 D_2}{2S_2^2 D_2} \right) + V' \cdot \left(|e^{-Kt}| \cdot \frac{\lambda_2 L + \xi_2 D_2}{2S_2^2 D_2} \right) + V \cdot \frac{g}{S_3} + \\ + \left[g(H_0 - H_1) + e^{-2Kt} \cdot \frac{\lambda_2 L + \xi_2 D_2}{2S_2^2 D_2} - K e^{-Kt} \cdot \frac{L}{S_2} \right] = 0. \end{aligned} \quad (5.26)$$

Dosazením zadaných a určených hodnot do rovnice (5.26) získáme:

$$\begin{aligned} 1,62 \cdot V''V + 286,45 \cdot V'' + 0,81 \cdot V'V' + 83,28 \cdot |V'| \cdot V' + (9,88 \cdot e^{-102,51 \cdot t}) |V'| + \\ + (9,88 \cdot |e^{-102,51 \cdot t}|) \cdot V' + 12,5 \cdot V + [-46,01 + 9,88 \cdot e^{-205,2 \cdot t} - 102,51 \cdot e^{-102,51 \cdot t} \cdot 127,39] = 0. \end{aligned}$$

Konečný tvar uvádíme pouze v obecném tvaru jelikož následující koeficienty jsou proměnné v čase:⁵

$$a \cdot V''V + b \cdot V'' + c_1 \cdot |V'| \cdot V' + c_2 \cdot V' \cdot |V'| + e \cdot |V'| + f \cdot V' + m \cdot V + k = 0. \quad (5.27)$$

Rovnice (5.27) je diferenciální nelineární rovnice 2. řádu a pro její vyřešení použijeme program Matlab. Diferenciální rovnici 2. řádu upravíme na soustavu diferenciálních rovnic 1.řádu.

$$V = V_1,$$

$$V' = V_2,$$

³substitute: $\int_0^t Q_1(s)ds = V(t)$

⁴ $((Q_1 + Q_2)^2 = (Q_1 + e^{-Kt})^2 = Q_1^2 + 2Q_1 \cdot e^{-Kt} + e^{-2Kt})$

⁵tvary koeficientů a až k jsou zřejmé, jelikož rovnice bude uspořádána ve stejném pořadí jako rovnice (5.26).

5.3. MATEMATICKÝ MODEL

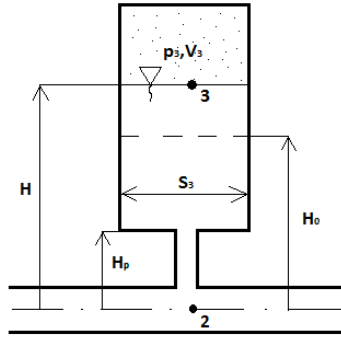
$$V'_1 = V',$$

$$V'_2 = \frac{-|V_2| \cdot V_2 \cdot c_1 - V_2 \cdot V_2 \cdot c_2 - |V_2| \cdot e - V_2 \cdot f - V_1 \cdot m - k}{V_1 \cdot a + b}. \quad (5.28)$$

Počáteční podmínky jsou dvě. V našem případě jsme uvažovali obě rovny nule. Tedy v čase $t = 0$ uvažujeme nulovou změnu objemu a průtoku.

V seznamu příloh je uveden zdrojový kód, kde jsme využili program ODE 45, který je schopen tyto rovnice řešit.

5.3.2 Uzavřená vyrovnávací komora



Obrázek 5.4: Uzavřená vyrovnávací komora

Oproti otevřené komoře, kde jsme pracovali na hladině s atmosférickým tlakem, se tato komora liší v tom, že je uzavřená a v komoře je napuštěn vzduch, který se stlačuje. My budeme uvažovat polytropický⁶ děj, při kterém platí $p \cdot V^n = konst.$ Pro náš případ $p_3 \cdot V_3^n = p_0 \cdot V_0^n$, kde p_3 a V_3 jsou proměnné hodnoty tlaku a objemu vzduchu v závislosti na čase a p_0 a V_0 jsou hodnoty za ustáleného stavu. Počáteční objem vzduchu V_0 se bude rovnat 2 – 3% objemu kapaliny v potrubí.

$$p_3 = \frac{p_0 \cdot V_0^n}{V_3^n},$$

$$V_3 = V_0 - \int_0^t Q_1 dt.$$

Opět jako v případě otevřené komory si zjistíme tvary Bernoulliho rovnice mezi body 0-2 a 2-3 a následně spojíme rovnici na tvar mezi body 0-3:

$$\frac{p_a}{\rho} + g \cdot H_1 = \frac{p_3}{\rho} + \frac{v_3^2}{2} + g \cdot H + \int_2^p \frac{dv_p}{dt} \cdot dl + \int_p^3 \frac{dv_3}{dt} \cdot dl + \quad (5.29)$$

⁶Je to termodynamický děj, odpovídající více reálným dějům, než děje izotermické a adiabatické. Při izotermickém ději se vyžaduje dokonalá výměna tepla mezi systémem a okolím a při adiabatickém ději je požadována úplná tepelná izolace soustavy a okolí. To ovšem není u skutečných dějů lehké dostatečně zajistit a proto je využíváno polytropických dějů, které probíhají mezi těmito krajními případy. Polytropický exponent n je větší než exponent izotermny a menší než exponent adiabaty κ . Tedy $n \in (1; \kappa)$

$$+ \frac{v_p^2}{2} \cdot \left(\lambda_p \cdot \frac{H_p}{D_p} \right) + \frac{v_3^2}{2} \cdot \xi_3 + \int_0^2 \frac{dv_2}{dt} dl + \frac{v_2^2}{2} \cdot \left(\lambda_2 \cdot \frac{L}{D_2} + \xi_2 \right).$$

Rozdíl oproti rovnici pro otevřenou komoru je tedy ten, že atmosférické tlaky se nám nevyruší, ale z bodu 0 počítáme nyní tlak atmosférický a v bodě 3 tlak p_3 odvozený výše.

$$\begin{aligned} g \cdot H_1 &= \frac{p_0 \cdot V_0^n}{\rho(V_0 - \int_0^t Q_1 dt)^n} - \frac{p_a}{\rho} + \frac{1}{S_3^2} \cdot \frac{Q_1^2}{2} + g \cdot (H_0 + \frac{1}{S_3} \int_0^t Q_1 dt) + \\ &+ \frac{1}{S_p} \cdot \frac{dQ_1}{dt} \cdot H \left(p - \frac{D_2}{2} \right) + \frac{1}{S_3} \cdot \frac{dQ_1}{dt} \left(H_0 - H_p + \frac{1}{S_3} \int_0^t Q_1 dt \right) + \frac{Q_1 |Q_1|}{2S_p^2} \cdot \left(\lambda_p \cdot \frac{H_p}{D_p} \right) + \\ &+ \frac{\xi_3}{2S_3^2} \cdot Q_1 |Q_1| + \frac{L}{S_2} \cdot \frac{d(Q_1 + Q_2)}{dt} + \frac{(Q_1 + Q_2) |Q_1 + Q_2|}{2S_2^2} \cdot \left(\lambda_2 \cdot \frac{L}{D_2} + \xi_2 \right). \end{aligned} \quad (5.30)$$

Po úpravě dostáváme:

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{p_0 \cdot V_0^n}{\rho(V_0 - V)^n} - \frac{p_a}{\rho} + \frac{1}{2S_3^2} \cdot \frac{dV}{dt} \cdot \frac{dV}{dt} + g \cdot (H_0 - H_1) + \frac{g}{S_3} \cdot V + \left(\frac{H_p - \frac{D_2}{2}}{S_p} \right) \cdot \frac{d^2V}{dt^2} + \\ &+ \left(\frac{H_0 - H_p}{S_3} \right) \cdot \frac{d^2V}{dt^2} + \frac{1}{S_3^2} \cdot \frac{d^2V}{dt^2} V + \left(\frac{\lambda_p \cdot H_p}{2 \cdot D_p \cdot S_p^2} \right) \cdot \left| \frac{dV}{dt} \right| \cdot \frac{dV}{dt} + \frac{\xi_3}{2S_3^2} \cdot \left| \frac{dV}{dt} \right| \cdot \frac{dV}{dt} + \\ &+ \frac{L}{S_2} \cdot \left(\frac{d^2V}{dt^2} - K \cdot e^{-Kt} \right) + \left(\frac{\lambda_2 \cdot L + \xi_2 \cdot D_2}{2S_2^2 \cdot D_2} \right) \cdot \left(\left| \frac{dV}{dt} \right| \cdot \frac{dV}{dt} + 2 \cdot \frac{dV}{dt} \cdot e^{-Kt} + e^{-2Kt} \right). \end{aligned} \quad (5.31)$$

Opět pro přehlednost:

$$\begin{aligned} V''V \cdot \frac{1}{S_3^2} + V'' \cdot \left(\frac{H_0 - H_p}{S_3} + \frac{L}{S_2} + \frac{H_p - \frac{D_2}{2}}{S_p} \right) + V'V' \cdot \frac{1}{S_3^2} + |V'| \cdot V' \cdot \left(\frac{\xi_3}{2S_3^2} + \frac{\lambda_2 L + \xi_2 D_2}{2S_2^2 D_2} + \frac{\lambda_p H_p}{2S_p^2 D_p} \right) + \\ + |V'| \cdot \left(e^{-Kt} \cdot \frac{\lambda_2 L + \xi_2 D_2}{2S_2^2 D_2} \right) + V' \cdot \left(|e^{-Kt}| \cdot \frac{\lambda_2 L + \xi_2 D_2}{2S_2^2 D_2} \right) + V \cdot \frac{g}{S_3} + \\ + \left[g(H_0 - H_1) + e^{-2Kt} \cdot \frac{\lambda_2 L + \xi_2 D_2}{2S_2^2 D_2} - K e^{-Kt} \cdot \frac{L}{S_2} - \frac{p_a}{\rho} \right] + \frac{p_0 \cdot V_0^n}{\rho(V_0 - V)^n} = 0. \end{aligned} \quad (5.32)$$

Po dosazení hodnot:

$$\begin{aligned} 1,62 \cdot V''V + 286,45 \cdot V'' + 0,81 \cdot V'V' + 83,28 \cdot |V'| \cdot V' + (9,88 \cdot e^{-102,51 \cdot t}) \cdot |V'| + (9,88 \cdot |e^{-102,51 \cdot t}|) \cdot V' + \\ + 12,5 \cdot V + [-46,01 + 9,88 \cdot e^{-205,02 \cdot t} - 13058,75 \cdot e^{-102,51 \cdot t} - 101,50] + \frac{238620^{1,33}}{998,2 \cdot (2,36 - V)^{1,33}} = 0. \end{aligned}$$

Konečný tvar uvádíme opět v obecném tvaru :

$$a \cdot V''V + b \cdot V'' + c_1 \cdot |V'| \cdot V' + c_2 \cdot V' \cdot |V'| + e \cdot |V'| + f \cdot V' + m \cdot V + l + \frac{p_0 \cdot V_0^n}{\rho(V_0 - V)^n} = 0. \quad (5.33)$$

Výpočet nelineární diferenciální 2. řádu rovnice provedeme opět za pomoci Matlabu.

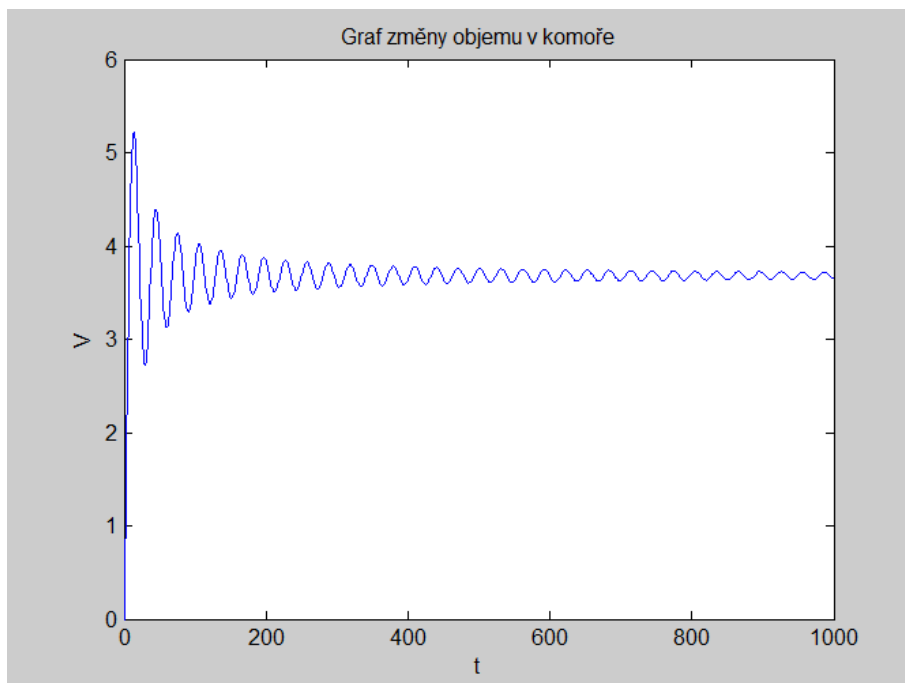
$$V_2' = \frac{-|V_2| \cdot V_2 \cdot c_1 - V_2 \cdot V_2 \cdot c_2 - |V_2| \cdot e - V_2 \cdot f - V_1 \cdot m - l - \frac{p_0 \cdot V_0^n}{\rho(V_0 - V)^n}}{V_1 \cdot a + b}. \quad (5.34)$$

5.3. MATEMATICKÝ MODEL

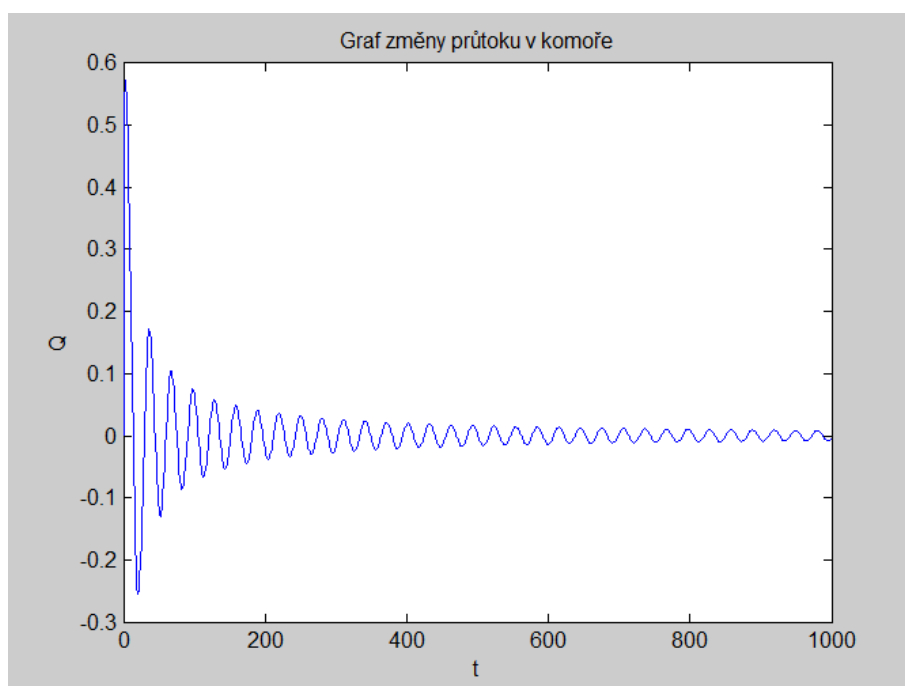
5.3.3 Grafické vyhodnocení

Vyřešením rovnic pro otevřenou a uzavřenou komoru jsme získali výsledné grafy, které znázorňují kmitání změny objemů vody a průtoků v závislosti na časové době.

Otevřená komora

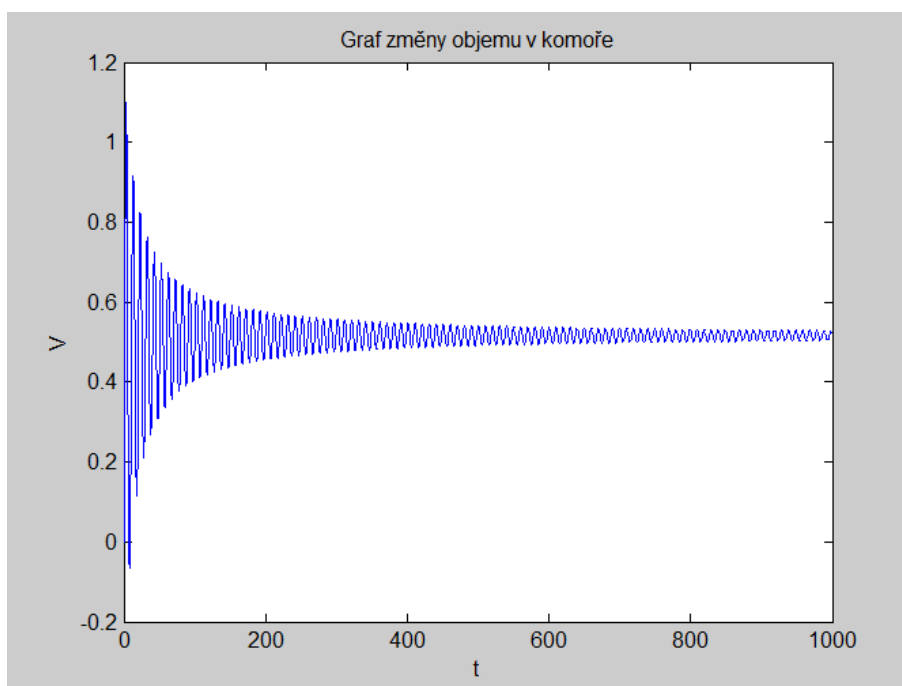


Obrázek 5.5: Změna objemu v otevřené komoře

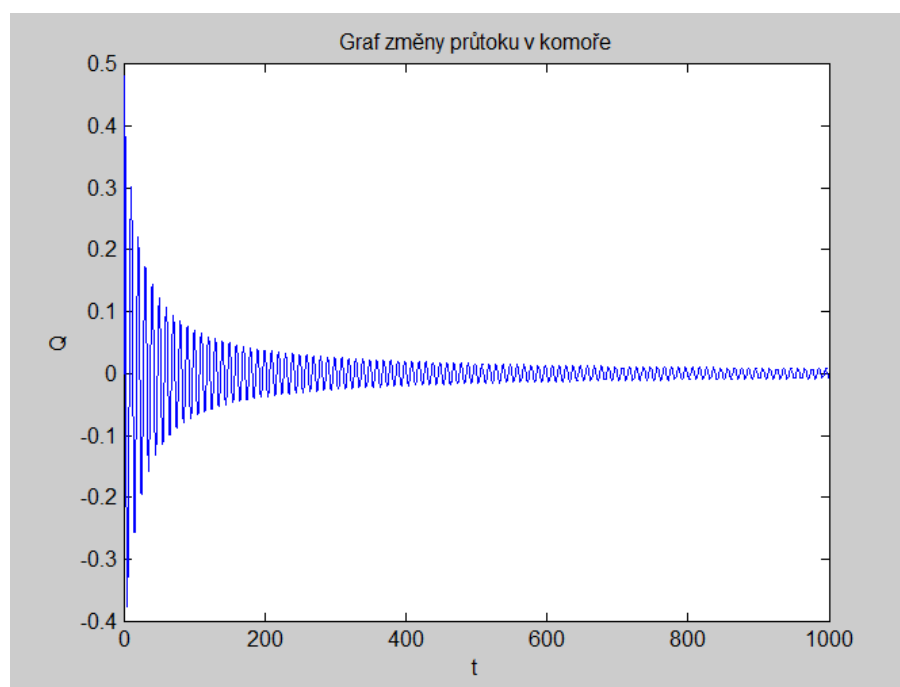


Obrázek 5.6: Změna průtoku v otevřené komoře

Uzavřená komora



Obrázek 5.7: Změna objemu v uzavřené komoře



Obrázek 5.8: Změna průtoku v uzavřené komoře

5.3.4 Zhodnocení výsledků

Po odečtení hodnot z grafů dostáváme, že v otevřené komoře nabývá změna objemu vody maximální hodnoty $5,225 \text{ m}^3$ a u průtoku maximální hodnoty $0,573 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ a minimální tedy pro záporný průtok vracející se zpět do potrubí $-0,255 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$

U uzavřené komory jsou změny objemu podstatně menší, ale to je ovlivněno stlačením vzduchu v komoře, kde objem vzduchu má hodnotu přibližně $2,355 \text{ m}^3$. Na základě toho je maximální hodnota změny objemu $1,098 \text{ m}^3$ a změny průtoku jsou pro maximální změnu rovny $0,482 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ a $-0,377 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$

Jak si tedy můžeme všimnout, podstatně většího nárůstu objemu dosáhneme v otevřené komoře, kde nárůstu objemu nic nebrání. V uzavřené komoře dosáhneme maximální změny objemu podstatně menší. To je ovšem způsobeno tím, že je v komoře napuštěn vzduch, který se stlačuje a hlavně to, že komora je uzavřená a voda nemůže volně proudit. Při hodnotách průtoků dosáhneme maximálních hodnot v otevřené komoře, kde oproti uzavřené komoře nepůsobí proti nárůstu změny žádná síla. Minimální hodnotu jsme získali v uzavřené komoře.

Od začátku uzavírání se nám hodnoty navyšují, což odpovídá reálnému případu. Bohužel jak si můžeme všimnout kmitání probíhá i po dobu víc, jak 1000 s a k úplnému utlumení dojde až za velmi dlouhou dobu. Perioda kmitů pro otevřenou komoru vychází okolo $31,5 \text{ s}$, což je poněkud dlouhá doba, ale měla by přibližně odpovídat reálnému případu a při uzavřené komoře je perioda kmitů okolo 9 s .

Jiných hodnot by se dalo docílit samozřejmě zadáním jiných počátečních hodnot a rozměrů potrubního systému. Dále bychom mohli uvažovat komory s jednotným průřezem, tudíž bez uvažování zúžené části. Tím by se rovnice zkrátila a uvažovali bychom pouze jedny místní ztráty. V komoře by potom docházelo k větším nárůstům jak objemu tak i průtoku a perioda kmitů by byla kratší.

Pro další pokračování by se dalo navázat vyřešením změn tlaků, které bychom zpětně mohli dopočítat z Bernoulliho rovnice mezi body 2-3, viz. rovnice (5.22). Hodnoty by ovšem nebyly moc přesné kvůli tomu, že se uvažuje nestlačitelná kapalina a nepružné potrubí. Pro velmi přesné výpočty bychom museli použít parciální diferenciální rovnice a problematiku řešit již zmíněnou metodou charakteristik.

V řešení hydraulického rázu s protirázovými ochrany pomocí metody charakteristik a jiných přesnějších přístupů např. metoda Lax-Wendroffa, aj. bych rád pokračoval v možné další navazující práci.

6 Závěr

Hydraulický ráz je většinou nežádoucí jev, který ovlivňuje návrhy a konstruování potrubních systémů ve velice široké oblasti. Znalosti jeho určení a výpočtu jsou nezbytné při řešení jakéhokoli potrubního systému.

Tato práce je zaměřena na sestavení jednoduchého modelu pro výpočet změny hladiny ve vyrovnávacích komorách aplikovaných na potrubí. K tomu, abychom tento problém byli schopni vyřešit, jsme nejdříve potřebovali znát aplikaci základních vztahů v hydromechanice.

Na základě toho jsme se v první kapitole věnovali jejich základnímu odvození a porozumění vztahů, které mezi těmito rovnicemi jsou. Je možné pracovat s různými typy těchto rovnic, záleží pouze na tom, které věci budeme zanedbávat, či nikoliv. Hydraulický ráz je zapotřebí počítat pro stlačitelnou kapalinu a pružné potrubí. Z tohoto důvodu jsme si zde uvedli alespoň jeden způsob výpočtu a to pomocí metody charakteristik.

Dále jsme se věnovali různým typům ochran proti hydraulickému rázu a také, jak tomuto jevu předcházet. Z výše uvedených způsobů ochrany se jeví jako nejpraktičtější vyrovnávací komora, díky svojí účinnosti a jednoduchému zkonstruování. Ovšem tento způsob ochrany má i své nevýhody a to cenu a velikost kvůli možnému přetečení.

V poslední části práce jsme zhotovili jednoduchý matematický model s jistým omezením. Uvažovali jsme nestlačitelnost kapaliny a nepružné potrubí. K výpočtu jsme použili Bernoulliho rovnici a vypočetli jsme změny vodní hladiny a průtoku v nádrži pro typ nádrže otevřenou i uzavřenou. Na základě grafických výsledků jsme si řešení dále zhodnotili a pouvažovali nad různými změnami při řešení. Na závěr jsme si uvedli další možné navázání, jak by se v práci dalo pokračovat a jak modely zlepšit.

Neznalost hydraulického rázu může mít při větších potrubních systémech a sítích až katastrofické následky při možném porušení potrubí. Proto je řešení hydraulického rázu velice důležitým a nepřehlédnutelným problémem. Tato práce mi ukázala, jak je tato problematika důležitá a při řešení této práce jsem získal hlubší informace a poznatky týkající se tohoto problému. Pokud by to bylo možné rád bych na tuto práci v budoucnu navázal, jelikož řešení tohoto problému jiným přesnějším přístupem a následné porovnání výsledků mezi rozdílnými postupy by mohlo být zajímavým tématem.

Literatura

- [1] ŠOB, František. *Hydromechanika*, 1. vyd. Brno : Akademické nakladatelství CERM, s.r.o., 2002. 238 s. ISBN 80-214-2037-5.
- [2] JANALÍK, Jaroslav. *Vybrané kapitoly z mechaniky tekutin* [online]. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita, 2008, 1 CD-ROM [cit. 2015-05-2]. ISBN 978-80-248-1910-5. Dostupné z: <http://www.338.vsb.cz/PDF/Janalik-Vybranekapitolyzmechanikytekutin.pdf>
- [3] NOSKIEVIČ, Jaromír., et al. *Mechanika tekutin*. 1. vyd. Praha : SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1987. 356 s. ISBN 04-233-87.
- [4] PANKO, Martin. *Tlumení tlakových pulsací v pružných potrubích*, Diplomová práce, Brno, 2007, 54s.
- [5] ŽITNÝ, Rudolf. *Numerická analýza procesů: Parciální diferenciální rovnice* [online]. 2010 [cit. 2015-05-10]. Dostupné z: [users.fs.cvut.cz/ zitnyrud/NAP6.ppt](http://users.fs.cvut.cz/zitnyrud/NAP6.ppt)
- [6] ZÁRUBA, Josef. *Hydraulický ráz v soustavách potrubí*, Academia, Praha, 1984, 116 s.
- [7] HAINDL, Karel. *Hydraulický ráz ve vodovodních a průmyslových potrubích*, Státní nakladatelství technické literatury, Praha, 1963, 137 s.
- [8] EL-TURKI, Ali. *Modeling of hydraulic transients in closed conduits* [online]. Thesis. Fort Collins, Colorado, 2013 [cit. 2015-05-15]. Dostupné z: <http://digitool.library.colostate.edu>
- [9] HIMR, Daniel a Vladimír HABÁN. *Výpočet velikosti protirázové ochrany*. Technická zpráva VUT-EU13303-QR-14-14. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, listopad 2014.

Seznam použitých symbolů a veličin

Symbol	Jednotka	Veličina
V	$[m^3]$	objem
m	$[kg]$	hmotnost
t	$[s]$	čas
v	$[m \cdot s^{-1}]$	rychlost
S	$[m^2]$	průřez
ρ	$[kg \cdot m^{-3}]$	hustota
L	$[m]$	délka potrubí
Q_m	$[kg \cdot s^{-1}]$	hmotnostní průtok
Q_v	$[m^3 \cdot s^{-1}]$	objemový průtok
p	$[Pa]$	tlak
p_a	$[Pa]$	atmosférický tlak
g	$[m \cdot s^{-2}]$	gravitační zrychlení
h	$[m]$	výška
ξ	$[-]$	ztráty místní
λ	$[-]$	součinitel tření
Re	$[-]$	Reynoldsovo číslo
Re_k	$[-]$	kritická hodnota Reynoldsova čísla
ν	$[m^2 \cdot s^{-1}]$	kinematická viskozita
k_r	$[-]$	relativní drsnost
ζ_m	$[-]$	součinitel místních ztrát
ζ_l	$[-]$	součinitel třecích ztrát
a	$[m \cdot s^{-2}]$	rychlost zvuku
K	$[Pa^{-1}]$	modul objemové pružnosti
E	$[Pa]$	Youngův modul pružnosti v tahu
s	$[m]$	tloušťka stěny potrubí
Y_z	$[J \cdot kg^{-1}]$	ztrátová měrná energie
U	$[m^2 \cdot s^{-2}]$	potenciál
E_k	$[J]$	kinetická energie
E_d	$[J]$	deformační energie
h_v	$[m]$	rychlostní výška
h_i	$[m]$	vtoková výška ztrát
h_f	$[m]$	třecí výška
h_z	$[m]$	ztrátová výška
H_1	$[m]$	výška hladiny v hlavní nádrži
H_0	$[m]$	počáteční výška v komoře
H_p	$[m]$	výška od osy potrubí po dno komory
H	$[m]$	výsledná výška
S_2	$[m^2]$	průřez potrubí
S_3	$[m^2]$	průřez komory
S_p	$[m^2]$	průřez zúžené části komory

D_2	$[m]$	průměr potrubí
D_3	$[m]$	průměr komory
D_p	$[m]$	průměr zúžené části komory
v_2	$[m \cdot s^{-1}]$	rychlost v potrubí
v_3	$[m \cdot s^{-1}]$	rychlost v komoře
v_p	$[m \cdot s^{-1}]$	rychlost v zúžené části komory
ξ_2	$[-]$	místní ztráta výtoková z potrubí
ξ_3	$[-]$	místní ztráta vtoková do komory
λ_2	$[-]$	součinitel tření v potrubí
λ_p	$[-]$	součinitel tření v zúžené části komory
Q	$[m^3 \cdot s^{-1}]$	celkový průtok
Q_1	$[m^3 \cdot s^{-1}]$	průtok do komory
Q_2	$[m^3 \cdot s^{-1}]$	průtok k ventilu
Q_{2z}	$[m^3 \cdot s^{-1}]$	zbytkový průtok ventilem
t_s	$[s]$	doba uzavírání ventilu
p_0	$[Pa]$	tlak vzduchu v uzavřené komoře při ustáleném stavu
V_0	$[m^3]$	objem vzduchu v uzavřené komoře při ustáleném stavu
n	$[-]$	polytropický exponent

Seznam příloh

A Zdrojový kód v Matlabu

A Zdrojový kód v Matlabu

Celý kód matlabu je uveden na CD.

Program pro výpočet se skládá ze dvou částí:

I. Zadání hodnot a formulace rovnic

- 1) Zadání stanovených hodnot
- 2) Určení neznámých hodnot ze známých zadaných
- 3) Úprava značení
- 4) Zadání rovnic:

Pro otevřenou komoru:

- a) $dydt_1 = y(2)$
- b) $dydt_2 = \frac{-|y_2| \cdot y_2 \cdot c_1 - y_2 \cdot y_2 \cdot c_2 - |y_2| \cdot e - y_2 \cdot f - y_1 \cdot m - k}{y_1 \cdot a + b}$
- c) $dydt = [dydt_1; dydt_2]$

Pro Uzavřenou komoru při polytropickém ději:

- a) $dydt_1 = y(2)$
- b) $dydt_2 = \frac{-|y_2| \cdot y_2 \cdot c_1 - y_2 \cdot y_2 \cdot c_2 - |y_2| \cdot e - y_2 \cdot f - y_1 \cdot m - l - \frac{p_0 \cdot V_0^n}{\rho(V_0 - y)^n}}{y_1 \cdot a + b}$
- c) $dydt = [dydt_1; dydt_2]$

II. Výpočet pomocí ODE 45

- 1) Časový interval : timeperiod= [0 1000]
- 2) Počáteční podmínky : initial= [0 0]
- 3) Výpočet funkce: [t,y]= ode45(@Hodnoty, timeperiod, initial)
- 4) Vykreslení grafů:

Grafy znázorňující změny objemů a průtoků:

```
plot(t,y(:,1))  
xlabel('t'); ylabel('V')  
figure  
plot(t,y(:,2))  
xlabel('t'); ylabel('Q')
```